QUEBRA-CABEÇAS, ENIGMAS e CHARADAS

com soluções

Daniel Madeira

QUEBRA-CABEÇAS, ENIGMAS e CHARADAS com soluções

Daniel Madeira

Este eBook contém uma coletânea de passatempos lógico-matemáticos que foram inspirados nos melhores enigmas encontrados pela Internet.

Primeira edição, Julho de 2020

Sumário

Prefácio

A lógica possui diversas definições e aplicações. Abrange as formas do pensamento e das operações intelectuais. Além de ser um modo pelo qual se encadeiam naturalmente as coisas ou os acontecimentos. A lógica é uma maneira rígida de raciocinar, em uma sequência coerente de ideias. Uma interessante definição para a lógica, vejo nesta brilhante citação:

“A arte de pensar e raciocinar em estrito acordo com as limitações e incapacidades da má compreensão humana.” – Ambrose Bierce

Nem tudo que é lógico, é fácil. Há quebra-cabeças que desafiam até a lógica. Alguns possuem uma descrição tão metafórica, tão ambígua, que tornam-se super difíceis de serem adivinhados.

Aqui, existem diversos passatempos nos quais você terá que decifrar certos enigmas servindo-se apenas de sua própria perspicácia ou inteligência. Se você tem curiosidade, um desejo forte de conhecer e desvendar desafios, cujo enfrentamento demanda esforço e muita disposição, divirta-se com esta coletânea de quebra-cabeças, enigmas e charadas de lógica.

Quebra-cabeças

1 Pensando um pouco

1.1 Interruptores e lâmpadas

↓solução↓

Imagine 3 lâmpadas incandescentes em uma sala fechada e também 3 interruptores em uma outra sala, afastada da primeira. Não é possível observar uma sala da outra e nada pode ser instalado a mais nesta configuração. Cada interruptor é referente a uma lâmpada. Elas estão em fileira e inicialmente apagadas. Os interruptores também estão em fileira. Como é possível determinar qual interruptor pertence a qual lâmpada, sendo que somente se pode entrar na sala das lâmpadas uma única vez?

1.2 Algumas flores

↓solução↓

Quantas flores tenho se todas elas são rosas exceto duas, todas são tulipas exceto duas, e todas elas são margaridas exceto duas?

1.3 Gatos e ratos

↓solução↓

Três gatos comem três ratos em três minutos. Cem gatos comem cem ratos em quantos minutos?

1.4 Letras na resposta

↓solução↓

Quantas letras existem na sua resposta a esta pergunta?

1.5 Quem é no parentesco?

↓solução↓

Se:

→ Filho é igual a A;

→ Pai é igual a B;

→ Mãe é igual a C;

→ Avô é igual a D;

→ Tio é igual a E.

Pergunta-se: Quem é o A do B da C do A?

1.6 Metade e dobro

↓solução↓

Qual é a metade do dobro do dobro da metade de um número?

1.7 Caminho da estação

↓solução↓

Um marido costuma chegar à sua estação precisamente às dezessete horas. Sua mulher costuma ir ao encontro do trem para levar o marido de automóvel. Um dia, o marido chega meia hora antes e resolve ir andando pelo caminho que ela costuma seguir. Encontram-se no caminho e os dois voltam para casa, chegando dez minutos mais cedo que de costume. Supondo que a mulher viaje com velocidade constante e saia de casa no tempo exato para encontrar o trem das dezessete horas, por quanto tempo o marido andou antes de ser encontrado por sua mulher?

1.8 Reunião familiar

↓solução↓

As seguintes pessoas estavam presentes em uma reunião de família: um avô, uma avó, dois pais, duas mães, quatro filhos, três netos, duas irmãs, um irmão, duas filhas, dois filhos, um sogro, uma sogra e uma nora. Qual é o número de pessoas que devem ter ido à reunião e quem eram essas pessoas?

1.9 Quantas pessoas há?

↓solução↓

Há duas pessoas na frente de uma pessoa, duas pessoas atrás de uma pessoa e uma pessoa no meio. Quantas pessoas há?

1.10 Números para crianças

↓solução↓

Este é um problema que facilmente pode ser resolvido por uma criança que ainda não iniciou na escola primária. Se quiser tentar, esqueça tudo que você já estudou. Qual é o número da última igualdade?

8809 = 6	9312 = 1	1012 = 1
7111 = 0	0000 = 4	7777 = 0
2172 = 0	2222 = 0	9999 = 4
6666 = 4	3333 = 0	7756 = 1
1111 = 0	5555 = 0	6855 = 3
3213 = 0	8193 = 3	9881 = 5
7662 = 2	8096 = 5	5531 = 0
		2581 = **?**

1.11 Qual o mínimo de pessoas parentes?

↓solução↓

Contando somente o parentesco que existe entre nós, somos pai, mãe, filho, filha, tio, tia, irmão, irmã, sobrinho, sobrinha e dois primos. Qual é o menor número de pessoas que poderiam ter feito tal afirmação?

1.12 A cor do urso

↓solução↓

Uma pessoa montou uma tenda para dormir. Subitamente, apareceu um urso que lhe desfez a dita tenda. A pessoa, pacientemente, reparou a tenda e montou-a novamente. Entretanto, o urso andou um quilômetro para o sul, um quilômetro para o oeste e outro para o norte, voltando a passar pelo acampamento e desfazendo novamente a tenda. De que cor era o urso?

1.13 Ultrapassagens na corrida

↓solução↓

Em uma sensacional corrida de 200 metros rasos, João ultrapassou Carlos, que estava em terceiro lugar. Logo em seguida, João ultrapassou José e Carlos e José trocaram de posição cinco vezes. Sabendo que não houve mais ultrapassagens durante a prova, qual a posição respectiva de chegada de Carlos, João e José?

1.14 Bactérias no tubo de ensaio

↓solução↓

Um cientista notou que certa espécie de bactéria leva uma hora para se duplicar. Colocou num tubo de ensaio uma única bactéria e notou que ao final de um dia completo as bactérias já ocupavam metade do tubo de ensaio. Quanto tempo levará para as bactérias ocuparem a outra metade do tubo de ensaio?

1.15 Levando na canoa

↓solução↓

Um fazendeiro precisa atravessar de canoa um rio levando os seguintes itens: um lobo, uma ovelha e um monte de capim. Porém existe o problema que na canoa só cabe o fazendeiro com um dos itens acima. Sabendo-se que a canoa pode fazer várias viagens, que a ovelha não pode ficar sozinha com o capim pois ela o come e o lobo não pode ficar sozinho com a ovelha pois ele a mata, qual a solução?

1.16 Medir o tempo com cordas

↓solução↓

Você tem duas cordas de comprimentos diferentes. Colocando fogo em uma das pontas, cada uma delas queima em uma hora. Além disso as cordas tem diâmetros diferentes e o diâmetro de cada corda não é uniforme, existem pedaços mais finos e outros mais grossos. Como não são uniformes, queimar as cordas até a metade não corresponde a meia hora. Como podemos medir 45 minutos?

1.17 Baldes com água

↓solução↓

Num acampamento militar, o sargento ordenou ao soldado que ele fosse ao poço pegar exatamente quatro litros de água. O sargento entregou ao soldado um balde com a capacidade para cinco litros e outro com capacidade para três litros. O que o soldado deve fazer para entregar ao sargento os exatos quatro litros de água exigidos?

1.18 Cesto com laranjas

↓solução↓

Na cozinha de sua casa havia um cesto cheio de laranjas. Seu pai comeu metade das laranjas mais meia laranja. Sua mãe pegou metade das laranjas que sobraram mais meia laranja para fazer um bolo. Seu irmão queria fazer um suco então pegou metade das laranjas que sobraram mais meia laranja. Não restou nenhuma laranja no cesto. Quantas laranjas havia no cesto?

1.19 Amor em Cleptópia

↓solução↓

João e Maria se apaixonaram (pela Internet) e João deseja enviar um anel à ela pelo correio. Infelizmente, eles vivem no país Cleptópia, onde qualquer coisa que seja enviada por correio será roubada, a menos que esteja em uma caixa trancada com cadeado. João e Maria possuem vários cadeados mas nenhum cadeado que o outro tenha a chave. Como João poderá colocar o anel com segurança nas mãos de Maria?

2 Haja concentração

2.1 Andares e apartamentos

↓solução↓

Evandro e Augusto moram no mesmo edifício. O número do andar de Evandro coincide com o número do apartamento de Augusto e a soma dos números dos dois apartamentos é 56. Se cada andar tem 12 apartamentos, numerados de 1 a 12 no primeiro andar, de 13 a 24 no segundo andar e assim por diante, quais os números dos apartamentos de Augusto e Evandro?

2.2 Os três parentes

↓solução↓

Dani, Eli e Cris são parentes entre eles, mas não incestuosamente.

- ✧ Entre os três estão o pai de Dani, a única filha de Eli e o irmão ou irmã de Cris.
- ✧ O irmão ou irmã de Cris não é o pai de Dani nem a filha de Eli.

Qual deles é de sexo diferente dos outros dois?

2.3 A equipe do hospital

↓solução↓

"A equipe do hospital consiste de 16 médicos e enfermeiros, incluindo eu. Os seguintes fatos se aplicam aos membros da equipe. Me incluindo ou não, nenhuma diferença faz. A equipe consiste de:

- ✧ Mais enfermeiros do que médicos.
- ✧ Mais médicos homens do que enfermeiros homens.
- ✧ Mais enfermeiros homens do que enfermeiras mulheres.
- ✧ Pelo menos uma médica mulher."

Qual é o sexo e a ocupação de quem está falando?

2.4 O relógio quebrado

↓solução↓

O relógio do quarto de Pedro está quebrado. A cada hora o relógio adianta 36 minutos. No entanto, exatamente uma hora atrás, o relógio parou mostrando 8:24 da manhã. Pedro sabe que o relógio mostrou o horário certo às 2 horas da manhã. Que horas são agora?

2.5 A fabulosa família

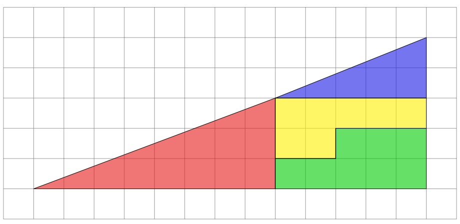
↓solução↓

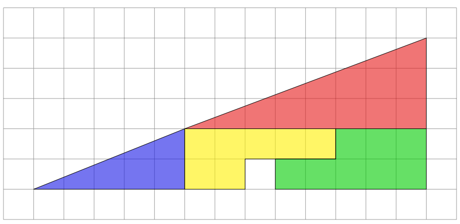
A notável avó generosa, a qual teve somente filhas, percebeu que cada uma filha teve a mesma quantidade de filhos quanto tinham de irmãs, e nenhuma filha. Por sua vez, cada um dos seus netos teve a mesma quantidade de filhas quanto tinham de irmãos. Ela alegrou-se ao contar isto aos seus amigos e, além disso, que o número total de filhas, netos e bisnetas era o mesmo que a sua idade! Quantos anos tem a avó?

2.6 Figuras geométricas no quadriculado

↓solução↓

Veja estas imagens que ilustram o problema. Na imagem superior há um triângulo formado por quatro figuras geométricas. Na imagem inferior, as mesmas figuras estão reposicionadas e formam um triângulo com as mesmas dimensões. Porém, aparece um vazio em sua área. Como isto pode ser verdade?





De onde vem este buraco?

2.7 Verdade em apenas um dia da semana

↓solução↓

Ricardo fala a verdade em apenas um dia da semana.

Um dia, ele disse: "Eu minto nas segundas e terças."

No dia seguinte, disse: "Hoje é quinta, sábado ou domingo."

No próximo dia, falou: "Eu minto nas quartas e sextas."

Em que dia da semana Ricardo fala a verdade? Em que dia foi feita a primeira afirmação?

2.8 Que dia é hoje?

↓solução↓

Quando depois de amanhã for ontem, hoje está tão distante de domingo como hoje esteve de domingo quando anteontem era amanhã. Que dia é hoje?

2.9 15 minutos nas ampulhetas

↓solução↓

Com uma ampulheta de 7 minutos e outra de 11, como marcar 15 minutos?

2.10 Número de caramelos na taça

↓solução↓

Num concurso de televisão três concorrentes procuram acertar o número de caramelos contidos numa taça de cristal. José diz que há 260, Maria crê que há 274 e Carlota propõe que sejam 234. Sabe-se que um deles se enganou em 9 caramelos, outro em 17 e outro em 31. Qual o número de caramelos na taça?

2.11 A bola mais pesada

↓solução↓

Você possui nove bolas coloridas e sabe que apenas uma delas é mais pesada que as outras mas não sabe qual. Tente descobrir qual a mais pesada sendo o seu único instrumento uma balança comparativa que você pode usar apenas duas vezes.

2.12 Família atrapalhada

↓solução↓

Duas avós com suas duas netas.
Dois maridos com suas duas esposas.
Dois pais com suas duas filhas.
Duas mães com seus dois filhos.
Duas solteiras com suas mães.
Duas irmãs com seus dois irmãos.
Leia meus dizeres mas de todo esse pessoal dito,
só falei de 6 pessoas, o que parece um mito!
Ninguém nasceu proscrito, com incesto ou com delito.
Não sei porque eu me agito e fico aflito.
Quem são eles eu peço a algum perito!

2.13 Afirmação verdadeira ou falsa

↓solução↓

Um homem estava em uma expedição e foi capturado por uma tribo indígena. Eles diziam saber tudo e diziam que iam matar o homem branco. No entanto lhe deram uma última chance. Ele teria que fazer uma afirmação qualquer! Se esta afirmação fosse verdadeira, ele seria enforcado. Se a afirmação fosse falsa, ele seria queimado. O que ele teria que dizer para que se livrasse da morte?

2.14 Três casais de namorados

↓solução↓

Para comemorar o dia dos namorados, três casais de namorados saem para jantar. Lucas, Milton e Nelson namoram Ana, Isa e Sílvia (não necessariamente nesta ordem). O garçom pergunta a eles sobre os nomes das respectivas namoradas. Os três respondem da seguinte forma:

Nelson diz: "Milton é namorado de Isa."

Lucas diz: "Nelson está mentindo, pois a namorada de Milton é Ana."

Milton diz: "Nelson e Lucas mentiram, pois a minha namorada é Sílvia."

Sabendo-se que o namorado de Sílvia mentiu e que o namorado de Isa disse a verdade, quais são as namoradas de Lucas, Milton e Nelson?

2.15 Número de moedas nas caixas

↓solução↓

Você possui dez caixas vazias e deve distribuir nessas caixas 1000 moedas de tal forma que, quando solicitado, você possa retornar um número qualquer de moedas sem retirá-las das caixas. Cada caixa comporta pelo menos 1000 moedas e os valores solicitados serão todos maiores que zero.

2.16 Três garrafas de água

↓solução↓

Existem três garrafas: a grande, com capacidade para 8 litros; a média, para 5 litros; a pequena, para 3 litros. A de 8 litros está cheia de água e as outras duas vazias. Como fazer para deixar quatro litros na grande e quatro litros na média apenas movimentando a água entre as garrafas?

2.17 Três mulheres e três profissões

↓solução↓

Em uma sala de aula há 3 mulheres: Arlete, Bianca e Carolina. Elas são, não necessariamente nesta ordem, dentista, médica e psicóloga. Somente uma das afirmações abaixo é verdadeira:

- ✧ Arlete é dentista.
- ✧ Bianca não é dentista.
- ✧ Carolina não é psicóloga.

Pergunta-se: como se chama a médica?

2.18 Livros nas estantes

↓solução↓

Em uma sala de uma biblioteca há 10 estantes. Em cada estante há 10 livros. Em 9 destas estantes cada livro pesa 1 quilo. Mas em uma estante os livros são mais pesados, nesta cada livro pesa 1,1 kg (1 quilo e 100 gramas).

Dispondo de uma balança digital, altamente precisa, deve-se com apenas uma pesagem, pegando da forma correta livros das estantes, determinar qual a estante que possui os livros mais pesados.

2.19 A cor dos vestidos das três senhoras

↓solução↓

Três senhoras, dona Branca, dona Rosa e dona Violeta, passeavam pelo parque quando dona Rosa disse:

- Não é curioso que estejamos usando vestidos de cores branca, rosa e violeta, embora nenhuma de nós esteja usando um vestido de cor igual ao seu próprio nome?

- Uma simples coincidência. Respondeu a senhora com o vestido violeta.

Qual a cor do vestido de cada senhora?

2.20 As 5 cartas de pôquer

↓solução↓

Em um jogo de pôquer, um dos oponentes tem cinco cartas com as seguintes características:

- ✧ Nenhuma carta acima de 10 (o Ás está acima do dez);
- ✧ Não existem cartas com o mesmo valor;
- ✧ Todos os naipes estão presentes;
- ✧ A soma das cartas de valor ímpar é igual a somas das cartas de valor par;
- ✧ Não existem três cartas em sequência;
- ✧ A soma das cartas pretas é 10;
- ✧ As cartas de copas somam 14;
- ✧ A menor carta é de espadas.

Quais são as cinco cartas?

2.21 Pilhas de moedas

↓solução↓

Você tem dez pilhas de moedas com nove moedas em cada pilha. Cada moeda pesa 10g com exceção das moedas de uma única pilha que pesam 9g cada. Tente descobrir qual a pilha onde as moedas pesam 9g usando, para isso, uma balança de supermercado uma única vez.

2.22 Travessia sobre a ponte

↓solução↓

Uma família de 5 pessoas precisa atravessar uma ponte. No máximo dois integrantes por vez podem atravessar a ponte. Cada pessoa anda em uma velocidade diferente, demorando 1, 3, 6, 8 e 12 segundos na travessia sobre a ponte. A dupla anda na velocidade do mais lento, isto é, se na travessia for a pessoa que demora 1 segundo com a pessoa que demora 12 segundos, eles levarão 12 segundos para atravessar a ponte. Porém está escuro e eles precisam utilizar um lampião, que dura apenas 30 segundos. Levando em conta somente a soma do tempo gasto nas travessias, como você levaria esta família até o outro lado da ponte em até 30 segundos?

2.23 O número de carneiros

↓solução↓

Um pastor diz ao outro:

- Dê-me um de seus carneiros que ficaremos com igual número de carneiros.

O outro responde:

- Nada disso, dê-me um de seus carneiros que ficarei com o dobro dos seus.

Nenhum pedido foi atendido. Quantos carneiros tem cada um?

2.24 Pergunta aos guardas verdadeiro e mentiroso

↓solução↓

No antigo Egito, havia um prisioneiro numa cela com duas saídas, cada uma delas com um guarda. Cada saída dava para um corredor diferente em que um dava para o campo e, portanto, para a liberdade e o outro para um fosso de crocodilos. Só os guardas sabiam qual a saída certa, mas um deles dizia sempre a verdade e outro mentia sempre. Os guardas se conheciam, isto é, o mentiroso sabia que o outro era verdadeiro e vice-versa. O prisioneiro não sabia nem qual a saída certa nem qual o guarda verdadeiro. Qual a pergunta, e uma só pergunta, que o prisioneiro deveria fazer à um dos guardas ao acaso, para saber qual a porta certa?

2.25 Duas perguntas aos honestos e mentirosos

↓solução↓

Um turista está em férias por um país onde cada pessoa é classificada como trabalhador, capitalista ou estudante. Os trabalhadores são honestos e só falam a verdade. Os capitalistas, ao contrário, são desonestos e mentem sempre. Os estudantes às vezes são honestos, mas podem agir de forma desonesta também. Chegou a hora do almoço e o turista se encontra em uma encruzilhada à procura de um restaurante. Nesta encruzilhada há duas estradas: uma para um restaurante e a outra para um abismo. Ali, há um trabalhador, um capitalista e um estudante. Apenas olhando para aqueles nativos não é possível ao turista identificá-los. Portanto ele não sabe quem é honesto ou mentiroso. Como o turista descobre o caminho para o restaurante fazendo apenas duas perguntas? Cada pergunta deve ser dirigida a uma única pessoa que se encontra na encruzilhada.

2.26 Idade das filhas

↓solução↓

Um homem estava fazendo o censo de uma certa cidade do interior. Chegou então à mais uma casa e tocou a campainha. Uma mulher atendeu o homem e este já foi explicando:

- Sou do censo e gostaria de fazer umas perguntas.
- Certo, pode fazê-las.
- Gostaria de saber quantos filhos a Senhora tem?
- Tenho três filhas.
- E poderia saber qual a idade delas?
- Sim. Posso dizer que o produto da idade delas é igual a 36.
- Certo. Mas estão me faltando dados para concluir o cálculo.
- Então a soma da idade delas é igual ao número da casa da frente.

O homem então virou-se para ver o número e já em seguida virou-se para a mulher:

- Continuam me faltando dados para a conclusão do cálculo.
- A filha mais velha possui olhos azuis.
- Ok. Agradeço o seu tempo. Até logo.

Qual é a idade das três filhas?

2.27 12 moedas

↓solução↓

Tenho 12 moedas aparentemente iguais mas há uma que é diferente, não sei se ela é mais pesada ou mais leve que as demais. Com uma balança de dois pratos, como posso com apenas três pesagens, identificar a moeda diferente e dizer se ela é mais pesada ou mais leve que as outras?

2.28 Pedras brancas e pretas

↓solução↓

Um mercador que devia dinheiro para um agiota, passeava com sua filha por uma estrada cheia de pedras brancas e pretas, quando de repente cruzou com o agiota em sua frente. O agiota vendo a filha do mercador propôs um jogo e a dívida seria perdoada se o mercador simplesmente aceitasse jogar:

- O jogo consiste em colocar duas pedras, uma preta e outra branca, dentro de uma sacola. Em seguida sua filha retirará uma pedra. Se a pedra for preta ela se casará comigo, caso contrário ela estará livre.

O mercador aceitou o jogo. Mas o agiota trapaceou e colocou duas pedras pretas dentro da sacola. Entretanto, a filha do mercador percebeu a trapaça e usou o fato de haver apenas pedras pretas dentro da sacola. Ela fez alguma coisa e se saiu muito bem, o que ela fez para não se casar?

2.29 As gêmeas Anabela e Analinda

↓solução↓

Haroldo apaixonou-se por duas gêmeas, Anabela e Analinda. As gêmeas Anabela e Analinda eram completamente idênticas e vestiam-se igualmente. Anabela sempre falava a verdade e Analinda sempre mentia. Haroldo casou-se com uma delas, mas esqueceu de perguntar o nome da sua esposa. Depois da festa de casamento, Haroldo foi chamar a sua esposa para a lua-de-mel e procedeu da seguinte forma. Dirigindo-se à uma delas perguntou: - Anabela é casada? A resposta foi sim. E Haroldo fez outra pergunta: - Você é casada? A resposta foi não. Baseando-se nestas respostas, qual é o nome da gêmea à quem Haroldo se dirigiu e quem é a esposa de Haroldo?

2.30 Cor do boné

↓solução↓

Em uma prisão haviam 3 presos. O dono da prisão resolve conceder a liberdade a um deles, e propõe o seguinte:

- Tenho aqui 5 bonés: 3 azuis e 2 amarelos. Inicialmente, quero que vocês fiquem os 3 alinhados, um na frente do outro, de forma que o último de trás pode ver os da frente; o do meio pode ser somente o da sua frente e o da frente não pode ver nenhum dos outros dois. Em seguida, vou colocar um boné, aleatoriamente, na cabeça de cada um de vocês, sem que vocês vejam. Aquele que adivinhar a cor do boné que está usando será libertado!

Após os 3 serem colocados um na frente do outro, os dois de trás até riram do coitado que ficara na frente, pois ele não conseguia ver o boné de ninguém, e consequentemente não teria a mínima chance! Em seguida, foi feita a pergunta para o último da fila:

- Qual a cor do seu boné?

- Embora esteja vendo os bonés dos meus 2 companheiros, minha resposta infelizmente é: Não sei!

Foi feita então a pergunta para o do meio:

- Qual a cor do seu boné?

- Não sei!

Foi feita então a pergunta para o da frente, que não estava vendo nada:

- Qual a cor do seu boné?

- Eu sei! E serei libertado!

Qual a cor do boné do felizardo que foi libertado?

3 Conhecimento comum

3.1 As mulheres de Sevita

↓solução↓

Os Sevitãos vivem como famílias monogâmicas em um pequeno vilarejo onde literalmente todos sabem o que todos estão fazendo, literalmente em todo o tempo. A única assimetria informacional é que nenhuma esposa sabe se seu próprio marido é mulherengo, embora toda esposa saiba a conduta de todos os outros maridos no vilarejo. A punição para um marido mulherengo é ser marcado pela sua esposa com um M marrom na testa durante à noite enquanto dorme. Esta punição é somente imposta pela esposa que soube com convicção que seu marido é culpado.

Desnecessário anunciar, nenhum marido jamais foi marcado. Mas um dia uma mulher de outro vilarejo fez uma visita. Indo embora no dia seguinte, ela confidenciou para as mulheres de Sevita que agora há pelo menos um mulherengo no vilarejo. Nada aconteceu durante cinco dias. Mas na sexta noite um certo número de maridos foram marcados com o M marrom. Quantos maridos foram marcados? Quantos maridos mulherengos há neste lugar? Como pode isto acontecer, já que a mulher indo embora não disse para as mulheres de Sevita nada que elas já não saibam, que agora há pelo menos um mulherengo no meio delas?

3.2 O conselho de sábios

↓solução↓

Uma vez, em uma época, existiu um famoso sábio chamado Hasen Said. O povo o chamava de "o sábio dos sábios". Um dia, enquanto viajava pelo mundo, o sábio chegou à corte de um sultão, onde foi recebido com grande honra. O sultão o tratou com comida, apresentou-se e, em um dia, disse-lhe:

"Eu governo meu país com a ajuda do Conselho de Sábios, onde eu reúno os doze homens mais sábios do meu país. Contudo, poderia colocá-los em um teste, para que eles possam permanecer somente se forem dignos da honra que dou à eles?"

Hasen Said pensou um pouco e então disse:

- Tudo bem, reúna-os.

Quando todos os sábios estavam reunidos, Hasen disse-lhes:

- Oh, homens sábios, seu rei, o sultão, os reuniu para nos mostrar toda a sua sabedoria. Os servos colocaram uma caixa na frente de cada um de vocês. Todas estas caixas são idênticas. Aqui, na minha bolsa, eu tenho doze pedras preciosas. Algumas delas são esmeraldas, as outras são rubis. Eu convido cada um de vocês para saírem da sala, um por vez, enquanto eu coloco uma destas pedras na sua respectiva caixa, assim todos podem ver as pedras dos outros, mas não saberá qual a sua própria pedra.

E Hasen convidou o primeiro dos sábios para sair da sala. Ele colocou um rubi em sua caixa. Depois que o primeiro retornou, o segundo saiu e Hasen colocou uma esmeralda em sua caixa. Para o terceiro, ele colocou uma esmeralda. E assim por diante até o último. Quando o último sábio retornou, Hasen disse-lhes:

- Todos vocês viram as pedras dos outros, mas não sabem a sua própria pedra. Se você é sábio de fato e se você confia em sua mente e em seus olhos, nada o impede de você realizar o meu desejo. Todos que possuem esmeraldas, venham até aqui e coloquem a sua caixa aos pés do sultão.

Infelizmente, ninguém veio. O sultão ficou então furioso e ordenou que todos os seus sábios fossem banidos da corte, mas Hasen o deteve:

- Não aja precipitadamente, senhor. Eu também teria feito a mesma coisa.

Dez minutos depois, Hasen disse-lhes novamente:

- Todos que possuem esmeraldas, venham até aqui e coloquem a sua caixa aos pés do sultão!

O mesmo silêncio, ninguém veio. Hasen repetiu o mesmo convite a cada dez minutos, e depois de uma hora, alguns dos sábios se levantaram e vieram para o sultão, que abriu suas caixas. Todas elas continham esmeraldas! Ele pediu para ver as caixas dos outros, onde todas tinham rubis. Temos que dizer que durante toda esta hora, os sábios não disseram nada, eles somente pensaram.

Hasen disse ao sultão:

- Oh, senhor! Você pode se orgulhar do seu Conselho de Sábios. Eles são homens realmente sábios!

E dizendo-lhes adeus, deixou-os.

A história termina aqui, mas nós convidamos você a continuar, mostrando quantas esmeraldas Hasen havia colocado nas caixas dos sábios e como eles descobriram a pedra que possuíam.

3.3 Cor dos olhos

↓solução↓

Um grupo de pessoas com olhos de diferentes cores mora numa ilha. Elas são perfeitas em seus pensamentos lógicos, se uma conclusão pode ser deduzida logicamente, elas a farão instantaneamente. Ninguém sabe a cor de seus próprios olhos. Toda noite, à meia-noite, uma balsa chega na ilha. Qualquer uma que descobrir a cor de seus próprios olhos deixa a ilha e o resto fica. Qualquer uma pode ver qualquer uma o tempo todo e sabem a contagem do número de pessoas que elas veem com cada cor dos olhos (excluindo a si próprias), mas elas não podem se comunicar. Todos na ilha conhecem as regras deste parágrafo.

Nessa ilha há 100 pessoas de olhos azuis, 100 pessoas de olhos castanhos e a Guru (ela tem olhos verdes). Então, qualquer pessoa de olhos azuis pode ver 100 pessoas de olhos castanhos e 99 de olhos azuis (e uma de olhos verdes), mas isso não lhe diz a cor de seus próprios olhos. Podem imaginar que os totais são 101 castanhos e 99 azuis, ou 100 castanhos, 99 azuis e ela pode ter olhos vermelhos.

A Guru pode falar apenas uma vez (digamos, ao meio-dia) em um único dia de toda eternidade delas na ilha. Em pé em frente aos habitantes da ilha, ela diz o seguinte:

"Eu posso ver alguém que tem olhos azuis."

Quem deixa a ilha, e em que noite?

Lá não há espelhos ou superfícies refletivas. Não é uma pegadinha e a resposta é lógica. Não depende de truque de palavras ou alguém mentindo ou supondo e não envolve pessoas fazendo coisas como comunicação por sinais etc. A Guru não fez sinal com os olhos para alguém em particular, ela simplesmente disse "eu contei pelo menos uma pessoa de olhos azuis nesta ilha que não sou eu".

E finalmente, a resposta não é "ninguém deixou a ilha".

4 Basta matemática

4.1 Uma cripto-aritmética

↓solução↓

Um número de três dígitos distintos, escrito como ABC, onde C é o dígito da unidade, B é o da dezena e A é o da centena, é desconhecido. Qual é este número? Sabendo que:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & A & B & C \\
\times & & & & B & A & C \\
\hline
 & & & ? & ? & ? & ? \\
+ & & & ? & ? & A & \\
 & ? & ? & ? & B & & \\
\hline
 & ? & ? & ? & ? & ? & ?
\end{array}$$

4.2 Um simples alfamético

↓solução↓

As letras abaixo foram usadas para representar dígitos distintos, formando esta frase que possui sentido. Um alfamético é uma operação aritmética e sua solução respeita a regra matemática. Quais são os números do alfamético abaixo?

$$\begin{array}{cccccc}
 & & S & E & N & D \\
+ & & M & O & R & E \\
\hline
 & M & O & N & E & Y
\end{array}$$

4.3 O alfamético duplamente-verdadeiro

↓solução↓

Este tipo de alfamético denominado "duplamente-verdadeiro" é formado por palavras numéricas cuja leitura produz também uma operação aritmética válida, ou seja, além dos dígitos criptografados reproduzirem uma operação aritmética válida, as palavras também representam outra operação aritmética. No caso, $5 + 5 + 5 = 15$. Quais são os números do alfamético abaixo?

$$\begin{array}{cccccc}
 & C & I & N & C & O \\
+ & C & I & N & C & O \\
 & C & I & N & C & O \\
\hline
Q & U & I & N & Z & E
\end{array}$$

4.4 Sacas de milho, feijão e café

↓solução↓

Um fazendeiro colheu milho, feijão e café, num total de 14400 sacas, sendo que a quantidade de sacas de café foi o quádruplo da quantidade de sacas de feijão. Se tivesse colhido mais 2400 sacas de feijão, o total dessas sacas atingiria o total de sacas de milho. Calcule o total de sacas de café.

4.5 Degraus da escada rolante

↓solução↓

João e Pedro desejam descobrir quantos degraus ficam visíveis em uma escada rolante. Para isso eles começaram a subir a escada juntos, sendo que João subia um degrau à cada passo, enquanto Pedro subia dois degraus à cada passo. O primeiro que chegou ao topo contou 28 degraus e o segundo contou 21 degraus. Com esses dados foi possível responder a questão. Quantos degraus ficam visíveis nesta escada rolante? Observação: a escada está em funcionamento.

4.6 As pérolas do rajá

↓solução↓

Um rajá deixou às suas filhas certo número de pérolas e determinou que a divisão se fizesse do seguinte modo: a filha mais velha tiraria 1 pérola e um sétimo do que restasse; viria, depois, a segunda e tomaria para si 2 pérolas e um sétimo do restante; a seguir a terceira jovem receberia 3 pérolas e um sétimo do que restasse. E assim sucessivamente. A divisão proposta pelo velho rajá era justa e perfeita. Feita a partilha, cada uma das herdeiras recebeu o mesmo número de pérolas.

Pergunta-se: Qual o número de pérolas? Quantas são as filhas do rajá?

4.7 Quais são os algarismos da soma?

↓solução↓

Se $AB + BA = CAC$, então quanto é ABC?

Dica: A, B e C são algarismos.

4.8 Epitáfio de Diofanto

↓solução↓

Aqui jaz Diofanto, contemple a maravilha.

Por meio da arte algébrica, a pedra mostra sua idade:

"Deus deu à ele um sexto de sua vida na infância,

Um duodécimo como adolescente enquanto cresciam bigodes;

E ainda um sétimo antes de iniciar o casamento;

Em cinco anos chegou um vigoroso filho.

Ah! Querida criança do mestre e sábio,

Depois de alcançar metade da idade que viveu seu pai,

o destino frio o levou.

Após consolar-se por quatro anos com a ciência dos números,

ele terminou sua vida."

Com quantos anos morreu Diofanto?

4.9 Algarismos invertidos no cheque

↓solução↓

Uma pessoa, ao preencher um cheque, inverteu o algarismo da dezena com o da centena. Por isso, pagou a mais a importância de R$ 270,00. Sabendo que os dois algarismos estão entre si como 1 está para 2, calcule os algarismos que foram escritos no cheque nas casas da centena e da dezena.

4.10 Quantos ovos na granja?

↓solução↓

Um granjeiro, ao ser perguntado quantos ovos as galinhas haviam posto naquele dia, respondeu: Não sei, mas, contando de dois em dois, sobra um; contando de três em três, sobra um; contando de cinco em cinco, sobra um; porém, contando de sete em sete não sobra nenhum. Qual o menor número possível de ovos que as galinhas haviam posto?

4.11 Vinho com água no barril

↓solução↓

Um empregado desonesto retira três medidas de vinho de um barril e substitui com a mesma quantidade de água. Ele repete o roubo duas vezes, removendo um total de 9 medidas e substituindo com água. Como resultado desta fraude, o vinho diluído remanescente no barril perdeu metade da sua composição original. Quanto de vinho havia originalmente no barril?

4.12 Igualdade entre produtos com dígitos invertidos

↓solução↓

$$23 \times 96 = 32 \times 69$$

Surpreendentemente, existem vários pares semelhantes de números com dois dígitos onde seus produtos permanecem o mesmo quando as ordens dos dígitos são invertidas. Quantos pares de números você pode descobrir?

4.13 Expressões pandigitais

↓solução↓

Um número é dito pandigital se contém todos os dígitos de 0 à 9, pelo menos uma vez. Existe o pandigital sem o zero, que contém apenas dígitos de 1 à 9. Os dois problemas contém uma expressão pandigital. Obs.: O número 1 do resultado da equação não faz parte da sequência de 1 à 9:

I) Preencha os espaços na equação usando números de 1 à 9, cada um apenas uma vez, para que satisfaça a equação. O denominador é um número de dois dígitos.

$$\frac{\square}{\square\square} + \frac{\square}{\square\square} + \frac{\square}{\square\square} = 1$$

II) Preencha os espaços na equação usando números de 1 à 9, cada um apenas uma vez, para que satisfaça a equação. O denominador é uma multiplicação entre os dígitos.

$$\frac{\square}{\square \times \square} + \frac{\square}{\square \times \square} + \frac{\square}{\square \times \square} = 1$$

4.14 Razão entre netos e netas

↓solução↓

Um avô deu R$ 2 para cada um de seus netos e netas. Após uma brincadeira, onde apostaram entre si o dinheiro ganho, cada neta terminou com R$ 5 e cada neto ficou com R$ 1. Qual a razão entre o número de netos e netas do avô?

4.15 Uma mistura de café

↓solução↓

Uma atacadista vende café do Brasil a R$ 13,00 o quilo e café da República Dominicana a R$ 16,00 o quilo. Quantos quilos de café brasileiro devem ser misturados ao café dominicano de modo a se obter 90 kg de uma mistura com preço de R$ 14,00 o quilo?

4.16 O número ab7

↓solução↓

Um número inteiro positivo de três algarismos termina em 7. Se este último algarismo for colocado antes dos outros dois, o novo número formado excede em 21 unidades o dobro do número inicial. Qual é o número inicial?

4.17 A balança com defeito

↓solução↓

Francisco e sua irmã Ana estão com seu cachorro Simba na farmácia de seu tio. Na farmácia há uma balança com defeito que só mostra corretamente os pesos superiores a 50 kg. Para evitar o defeito, pesaram-se juntos dois a dois e obtiveram os seguintes pesos:

- ✧ Francisco e Simba pesam juntos 88 kg;
- ✧ Francisco e Ana pesam juntos 114 kg;
- ✧ Ana e Simba pesam juntos 60 kg.

Qual é o peso de Francisco, de Ana e do cachorro Simba?

4.18 A idade dos 8 matemáticos

↓solução↓

Um grupo de 8 matemáticos resolveu fazer a seguinte atividade:

Cada um calculou a soma das idades dos outros 7.

As 8 somas obtidas foram: 87, 90, 93, 94, 96, 97, 99, 100.

Qual a idade do mais velho do grupo?

4.19 Onde está o pai?

↓solução↓

Uma mãe é 21 anos mais velha que o seu filho. Daqui a 6 anos, o filho terá um quinto da idade da mãe. Onde está o pai?

4.20 O problema dos três marinheiros[1]

↓solução↓

Um navio que voltava de Serendibe, trazendo grande partida de especiarias, foi assaltado por violenta tempestade. A embarcação teria sido destruída pela fúria das ondas se não fosse a bravura e o esforço de três marinheiros que, no meio da tormenta, manejaram as velas com extrema perícia.

O comandante, querendo recompensar os denodados marujos, deu-lhes certo número de moedas. Esse número, superior a duzentos, não chegava a trezentos. As moedas foram colocadas numa caixa para que no dia seguinte, por ocasião do desembarque, o almoxarife as repartisse entre os três corajosos marinheiros.

Aconteceu, porém, que, durante a noite, um dos marinheiros acordou, lembrou-se das moedas e pensou: "Será melhor que eu tire a minha parte. Assim não terei ocasião de discutir ou brigar com os meus amigos". E, sem nada dizer aos companheiros, foi, pé ante pé, até onde se achava guardado o dinheiro, dividiu-o em três partes iguais, mas notou que a divisão não era exata e que sobrava uma moeda. "Por causa desta mísera moedinha é capaz de haver amanhã discussão e rixa. O melhor é jogá-la fora." E o marinheiro atirou a moeda ao mar,

[1] Adaptado de "O homem que calculava", capítulo XIX, de Malba Tahan.

retirando-se cauteloso. Levava a sua parte e deixava no mesmo lugar a que cabia aos companheiros.

Horas depois o segundo marinheiro teve a mesma ideia. Foi à arca em que se depositara o prêmio coletivo e dividiu-o em três partes iguais. Sobrava uma moeda. Ao marujo, para evitar futuras dúvidas, veio à lembrança atirá-la ao mar. E dali voltou levando consigo a parte a que se julgava com direito.

O terceiro marinheiro, ignorando, por completo, a antecipação dos colegas, teve o mesmo alvitre. Levantou-se de madrugada e foi, pé ante pé, à caixa das moedas. Dividiu as moedas que lá encontrou em três partes iguais; a divisão não foi exata. Sobrou uma moeda. Não querendo complicar o caso, o marujo atirou ao mar a moedinha excedente, retirou a terça parte para si e voltou tranquilo para o seu leito.

No dia seguinte, na ocasião do desembarque, o almoxarife do navio encontrou um punhado de moedas na caixa. Soube que essas moedas pertenciam aos três marinheiros. Dividiu-as em três partes iguais, dando a cada um dos marujos uma dessas partes. Ainda dessa vez a divisão não foi exata. Sobrava uma moeda, que o almoxarife guardou como pagamento do seu trabalho e de sua habilidade. É claro que nenhum dos marinheiros reclamou, pois cada um deles estava convencido de que já havia retirado da caixa a parte que lhe cabia do dinheiro.

Pergunta-se, afinal: Quantas eram as moedas? Quanto recebeu cada um dos marujos?

5 Equacionando incógnitas

5.1 Problemas com equações do $1^{\underline{o}}$ grau

Muitos dos problemas de lógica onde o enunciado apresenta relações entre valores numéricos podem ser resolvidos com o uso de equações do primeiro grau, ou equações lineares. Uma equação é toda sentença matemática aberta representada por uma igualdade, em que exista uma ou mais letras que representam números desconhecidos.

Se o problema é apresentado em uma sentença com palavras, para resolver devemos transformá-lo em uma sentença que esteja escrita em linguagem matemática, uma equação. Esta é a parte mais importante e talvez seja a mais difícil na resolução do problema.

Normalmente aparecem letras conhecidas como variáveis ou incógnitas. Então para resolver estas equações do primeiro grau, basta colocar as incógnitas de um lado do sinal de igualdade e os números do outro.

Veja alguns problemas:

a) Um número mais a sua metade é igual a 150. Qual é esse número? ↓solução↓

b) A diferença entre um número e sua quinta parte é igual a 36. Qual é esse número? ↓solução↓

c) O triplo de um número é igual a sua metade mais 20. Qual é esse número? ↓solução↓

d) O triplo de um número, mais 5, é igual a 254. Qual é esse número? ↓solução↓

e) O quádruplo de um número, diminuído de três, é igual a 99. Qual é esse número ? ↓solução↓

f) Num pátio há bicicletas e carros num total de 20 veículos e 56 rodas. Determine o número de bicicletas e de carros. ↓solução↓

g) Júlio tem 15 anos e Eva tem 17 anos. Daqui a quantos anos a soma de suas idades será 72 anos? ↓solução↓

h) A metade dos objetos de uma caixa mais a terça parte desses objetos é igual a 75. Quantos objetos há na caixa? ↓solução↓

i) Em uma fábrica, um terço dos empregados são estrangeiros e 90 empregados são brasileiros. Quantos são os empregados da fábrica? ↓solução↓

j) Numa caixa, o número de bolas pretas é o triplo de bolas brancas. Se tirarmos 4 brancas e 24 pretas, o número de bolas de cada cor ficará igual. Qual a quantidade de bolas brancas? ↓solução↓

k) Como devo distribuir R$ 438,00 entre três pessoas, de modo que as duas primeiras recebam quantias iguais e a terceira receba o dobro do que receber as duas primeiras juntas? ↓solução↓

l) Ao triplo de um número foi adicionado 40. O resultado é igual ao quíntuplo do número. Qual é esse número? ↓solução↓

m) Existem três números inteiros consecutivos com soma igual a 393. Que números são esses? ↓solução↓

n) A soma das idades de André e Carlos é 22 anos. Descubra as idades de cada um deles, sabendo-se que André é 4 anos mais novo do que Carlos. ↓solução↓

o) Três números inteiros consecutivos onde dois terços do menor número é igual a metade do maior número. Quais são estes três números? ↓solução↓

Soluções

1 Pensando um pouco

1.1 Interruptores e lâmpadas

↑enigma↑

Ligar um interruptor e aguardar 10 minutos. Após, desligar e ligar outro. Entrar na sala e verificar: O 1º interruptor é da lâmpada que está apagada e quente. O 2º é da lâmpada que está acesa. O 3º é da lâmpada que está apagada e fria.

1.2 Algumas flores

↑enigma↑

Três, $r + t + m = r + 2 = t + 2 = m + 2 = 3$.

1.3 Gatos e ratos

↑enigma↑

Em três minutos também. Pois ainda será um rato para cada gato.

1.4 Letras na resposta

↑enigma↑

Cinco

1.5 Quem é no parentesco?

↑enigma↑

A pergunta é: Quem é o filho do pai da mãe do filho? A resposta é E, o tio. O pai da mãe é o avô do filho, o filho do avô é o tio do filho da mãe.

1.6 Metade e dobro ↑enigma↑

Considere o número n.

Metade do número: $n/2$

Dobro da metade do número: $2 \times (n/2)$

Dobro do dobro da metade do número: $2 \times 2 \times (n/2)$

Metade do dobro do dobro da metade do número: $(2 \times 2 \times (n/2))/2$

Simplificando: $(2 \times 2 \times (n/2))/2 = n$

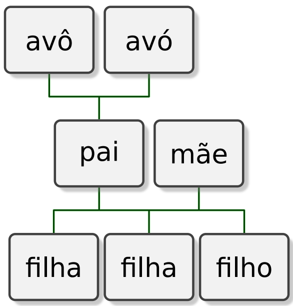
Portanto, a metade do dobro do dobro da metade de um número é o próprio número.

1.7 Caminho da estação ↑enigma↑

A mulher e o marido chegaram em casa dez minutos mais cedo, assim nesse tempo ela economizou cinco minutos na ida e cinco minutos na volta, no caminho que seria de casa até a estação. Ou seja, quando ela encontrou o marido faltavam cinco minutos para as dezessete horas. Como o marido chegou na estação trinta minutos antes, então conclui-se que andou por vinte e cinco minutos.

1.8 Reunião familiar ↑enigma↑

Sete pessoas foram à reunião, são elas:



1.9 Quantas pessoas há? ↑enigma↑

Há três pessoas. Imagine as três pessoas em fila, assim duas pessoas estão na frente da terceira, duas pessoas estão atrás da primeira e a segunda está no meio entre a primeira e a terceira pessoa.

1.10 Números para crianças

↑enigma↑

A solução é contar quantos círculos há na grafia de cada número. O algarismo 8 possui dois círculos. Os algarismos 0, 6 e 9 possuem um círculo. Os demais algarismos não possuem círculos em suas grafias. As igualdades representam a soma dos círculos do respectivo valor numérico. Assim, 2581=2 pois somente no 8 há círculos.

1.11 Qual o mínimo de pessoas parentes?

↑enigma↑

Quatro pessoas: um irmão, uma irmã e seus filhos, um de cada sexo.

1.12 A cor do urso

↑enigma↑

O urso era branco por ser um urso polar. O acampamento tinha de estar no polo norte. Só assim que um urso andando de lá, 1 km para o sul, 1 km para o oeste e 1 km para o norte, é que voltaria a passar pelo mesmo ponto. Caso contrário, passaria ao lado.

1.13 Ultrapassagens na corrida

↑enigma↑

Estado inicial:	primeiro, José, Carlos, João
1ª ultrapassagem:	primeiro, José, João, Carlos
2ª ultrapassagem:	primeiro, João, José, Carlos
1ª troca:	primeiro, João, Carlos, José
2ª troca:	primeiro, João, José, Carlos
3ª troca:	primeiro, João, Carlos, José
4ª troca:	primeiro, João, José, Carlos
5ª troca:	primeiro, João, Carlos, José

Posição de chegada de Carlos, João e José: Terceiro, Segundo e Quarto, respectivamente.

1.14 Bactérias no tubo de ensaio

↑enigma↑

Se as bactérias levam uma hora para duplicarem-se e ocupam atualmente metade do tubo de ensaio, então em uma hora irão dobrar em número e ocuparão a outra metade do tubo de ensaio.

1.15 Levando na canoa

↑enigma↑

Levar a ovelha e voltar sozinho. Levar o lobo e voltar com a ovelha. Levar o capim e voltar sozinho. Por fim, levar a ovelha.

1.16 Medir o tempo com cordas

↑enigma↑

Põe-se fogo, ao mesmo tempo, nas duas pontas de uma corda e em uma ponta da outra corda. Quando a corda com fogo nas duas pontas chegar ao fim, terá se passado meia hora. Neste exato momento põe-se fogo na outra ponta da outra corda e quando esta chegar ao fim, terão se passado mais 15 minutos.

1.17 Baldes com água

↑enigma↑

Encher o menor balde até a boca. Esvaziar o conteúdo do menor balde no maior. Encher novamente o menor balde e jogar seu conteúdo no maior até que este fique cheio e o primeiro com apenas 1 litro. Esvaziar o maior balde, jogar o conteúdo do menor balde no maior, encher o menor balde e novamente esvaziar o conteúdo do menor balde no maior.

1.18 Cesto com laranjas

↑enigma↑

Haviam 7 laranjas. O pai comeu metade das laranjas (3,5) mais meia (0,5). Então o pai comeu 4 laranjas e sobraram 3 laranjas. A mãe usou metade das laranjas que sobraram (1,5) mais meia laranja (0,5). Então a mãe usou 2 laranjas o sobrou apenas 1. O irmão usou metade do que sobrou (0,5) mais meia laranja (0,5). Então o irmão usou a última laranja.

1.19 Amor em Cleptópia

↑enigma↑

João envia à Maria uma caixa com o anel dentro, trancada com um de seus cadeados. Ao receber a caixa, Maria acrescenta o seu próprio cadeado e envia a caixa de volta à João, com ambos os cadeados trancando a caixa. Quando João recebe a caixa, ele remove o seu cadeado e reenvia a caixa para Maria. Pronto! Quando Maria receber novamente a caixa, ela usará a chave do seu próprio cadeado.

2 Haja concentração

2.1 Andares e apartamentos

↑enigma↑

Se o número do andar de Evandro é o mesmo número do apartamento de Augusto e a soma dos números dos dois apartamentos é 56, então a soma do número do apartamento de Evandro com o número do andar de Evandro também é 56:

Se: $andarE = aptoA$; e $aptoE + aptoA = 56$; então $aptoE + andarE = 56$.

Somente no quinto andar é possível uma soma que resulte em 56, assim, andar $5 + apto51 = 56$. Portanto, os números dos apartamentos de Augusto e Evandro são 5 e 51.

2.2 Os três parentes

↑enigma↑

Da afirmativa 1, entre os três estão um pai, uma filha e um irmão ou irmã. Se o pai de Dani fosse Cris, então o irmão ou irmã de Cris teria que ser Eli. Depois, pela afirmativa 2, a filha de Eli teria que ser Dani. E assim, Dani seria a filha de ambos Eli e Cris, e Eli e Cris seriam irmãos. Esta relação é incestuosa e não é permitida. Portanto, o pai de Dani é Eli. E então, pela afirmativa 2, o irmão ou irmã de Cris é Dani. De modo que a filha de Eli é Cris. E por isso, pela afirmação 1, Dani é filho de Eli. Respondendo a questão, Cris é a única do sexo feminino.

2.3 A equipe do hospital

↑enigma↑

Pelos fatos 1 e 4, e do fato de que há 16 médicos e enfermeiros, existem nove ou mais enfermeiros e seis ou menos médicos homens. Assim, pelo fato 2, o número de enfermeiros homens precisa ser menor do que seis.

Pelo fato 3, o número de enfermeiras mulheres precisa ser menor que o número de enfermeiros homens. Assim, precisa ter mais de quatro enfermeiros homens.

Já que deve ter menos de seis e mais de quatro enfermeiros homens, é preciso ter exatamente cinco enfermeiros homens. Assim, precisa ter não mais que nove enfermeiros, consistindo de cinco homens e quatro mulheres, e precisa ter não menos do que seis médicos homens. Então, precisa ter somente uma médica mulher para chegar ao total de 16.

Se um médico homem não está incluído, o fato 2 é uma contradição. Se um enfermeiro homem não está incluído, o fato 3 é uma contradição. Se uma médica mulher não está incluída, o fato 4 é uma contradição. Se uma enfermeira mulher não está incluída, nenhum fato se contradiz. Então, quem está falando é uma mulher e é uma enfermeira.

2.4 O relógio quebrado ↑enigma↑

O relógio, de forma incorreta, funcionou das 2 horas da manhã até 8:24, quando parou, desta forma, funcionou por 6 horas e 24 minutos, ou 384 minutos. Cada 96 minutos deste tempo em funcionamento, na realidade correspondem a uma hora pois o relógio adianta 36 minutos a cada 60 minutos.

Dividindo o tempo em que o relógio esteve em funcionamento (384) pelos minutos que correspondem a uma hora real (96), percebe-se que o relógio funcionou por 4 horas (384/96). Pelo horário real, o relógio funcionou das 2 horas da manhã até 6 horas, que foi uma hora atrás, portanto, agora são 7 horas da manhã.

hora certa	**hora no relógio**
2:00	2:00
3:00	3:36
4:00	5:12
5:00	6:48
6:00	8:24
7:00	

2.5 A fabulosa família ↑enigma↑

Se a avó tivesse somente 4 filhas, ela teria 12 netos e 24 bisnetas. Desta forma, teria 40 anos de idade. Muito pouco para uma avó com bisnetas. Se a avó tivesse 6 filhas, ela teria 30 netos e 120 bisnetas. Desta forma, teria 156 anos de idade. Demais para uma pessoa. Portanto, a notável avó generosa tem 85 anos de idade. Ela possui 5 filhas, 20 netos e 60 bisnetas.

2.6 Figuras geométricas no quadriculado ↑enigma↑

A explicação para isto está na ilusão de óptica que a imagem apresenta. Os triângulos azul e vermelho não possuem as respectivas hipotenusas com o mesmo ângulo de inclinação, assim a hipotenusa do triângulo, formado pelas quatro figuras juntas, não é exatamente uma reta.

Na parte superior há uma ligeira concavidade na hipotenusa e na parte inferior há uma ligeira convexidade. Tão ligeira que nos dá a ilusão de óptica de parecer uma reta em ambas as partes.

Esta sutil diferença proporciona uma adaptação na área total equivalente ao pequeno quadradinho vazio que aparece.

2.7 Verdade em apenas um dia da semana

↑enigma↑

O primeiro dia não pode ser segunda ou terça pois a afirmação seria uma contradição. Se fosse segunda ou terça, a afirmação não poderia ser verdade pois está dizendo que mente. Se fosse segunda, a afirmação não poderia ser mentira pois terça seria o dia da verdade e a terceira afirmação também seria verdadeira. Se fosse terça, a afirmação não poderia ser mentira pois segunda seria o dia da verdade e a terceira afirmação também seria verdadeira.

O terceiro dia não pode ser quarta ou sexta pois a afirmação seria uma contradição. Se fosse quarta ou sexta, a afirmação não poderia ser verdade pois está dizendo que mente. Se fosse quarta, a afirmação não poderia ser mentira pois sexta seria o dia da verdade e a primeira afirmação também seria verdade. Se fosse sexta, a afirmação não poderia ser mentira pois quarta seria o dia da verdade e a segunda afirmação também seria verdade.

Se o primeiro dia não pode ser segunda ou terça e o terceiro dia não pode ser quarta ou sexta, então o segundo dia não pode ser terça, quarta ou quinta.

Se o segundo dia não pode ser quinta então a segunda afirmação é mentira, porque quinta não pode ser uma opção nesta afirmação. E se a segunda afirmação é mentira então o segundo dia não pode ser sábado ou domingo. Os três dias podem ser quinta, sexta e sábado, ou, domingo, segunda e terça.

O primeiro dia não pode ser quinta pois se a primeira afirmação fosse verdade, a terceira afirmação também seria verdade, e se a primeira afirmação fosse mentira, segunda ou terça seria o dia da verdade e a terceira afirmação, que ocorre no sábado, também seria verdade. Assim os três dias são domingo, segunda e terça. A primeira afirmação foi feita em um domingo.

A afirmação de domingo não pode ser verdade senão a terceira afirmação também seria verdade. E sendo a primeira afirmação uma mentira e a segunda afirmação também, que ocorre na segunda, Ricardo fala a verdade nas terças.

2.8 Que dia é hoje?

↑enigma↑

Quando depois de amanhã for ontem, ou seja, um dia após depois de amanhã, serão três dias à frente. Quando anteontem era amanhã, ou seja, um dia antes de anteontem, eram três dias atrás. Se, a partir de hoje, estes dois dias estão à mesma distância de domingo, no caso três dias, então hoje é domingo. Nenhum outro dia da semana fica na mesma distância de domingo três dias antes ou à frente, pois a semana tem sete dias.

2.9 15 minutos nas ampulhetas

↑enigma↑

Inicie o tempo usando as duas ampulhetas. No momento que a ampulheta de 7 minutos chegar ao fim, vire-a para um novo início. No momento que a ampulheta de 11 minutos chegar ao fim terão se passado 4 minutos na ampulheta de 7 minutos, então, vire novamente a ampulheta de 7 minutos para somar mais 4 minutos aos 11 minutos já transcorridos.

2.10 Número de caramelos na taça

↑enigma↑

Como não sabemos precisamente qual foi o engano de cada um, vamos montar uma tabela com todos os enganos, tanto para mais como para menos, para cada palpite dado, e assim, calcular os possíveis valores:

	260	274	234
+9	269	283	243
-9	251	265	225
+17	277	291	251
-17	243	257	217
+31	291	305	265
-31	229	243	203

O número correto será aquele que repetir três vezes, estando em colunas (palpites) diferentes e linhas (enganos) diferentes. Este número é o 243. José com seu palpite de 260, errou em 17 unidades, Maria com seu palpite de 274, errou em 31 unidades, e Carlota com seu palpite de 234, errou em 9 unidades. Portanto na taça há 243 caramelos.

2.11 A bola mais pesada

↑enigma↑

O primeiro passo é colocar 3 bolas, em um prato, 3 bolas em outro e deixar 3 bolas de fora. Então dois casos podem acontecer:

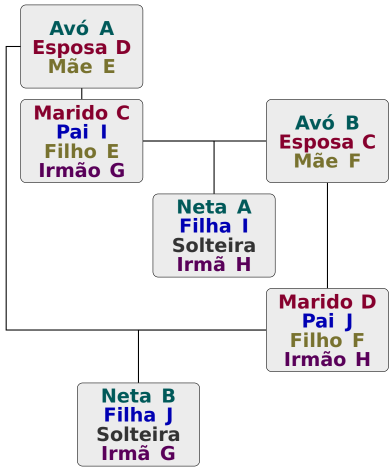
1) Caso um dos pratos desça: deduziremos que a bola mais pesada estará entre as 3 bolas que estão neste prato. Então, retiramos as bolas do prato que subiu, pegamos as bolas do prato que desceu e colocamos a primeira num dos pratos, a segunda no outro prato e a terceira fica de fora. Caso um dos pratos desça, nele estará a bola mais pesada. Caso os pratos permaneçam na mesma altura, deduziremos que a bola mais pesada foi a que ficou de fora na segunda pesagem.

2) Caso os pratos permaneçam na mesma altura: deduziremos que a bola a mais pesada estará entre as 3 que não foram pesadas. Então, retiramos as bolas que ocupavam os pratos na primeira pesagem, pegamos as bolas que estavam de fora e colocamos a primeira num dos pratos, a segunda no outro prato e a terceira fica de fora. Caso um dos pratos desça, nele estará a bola mais pesada. Caso os pratos permaneçam na mesma altura, deduziremos que a bola mais pesada foi a que ficou de fora na segunda pesagem.

2.12 Família atrapalhada

↑enigma↑

A figura abaixo ilustra o parentesco dos membros da família:



Cada quadrado representa um membro da família. Cada membro possui relações distintas de acordo com cada parente. Por exemplo, uma mulher é ao mesmo tempo avó, esposa e mãe de três pessoas distintas. Cada relação descrita no enunciado do problema possui cor única entre os envolvidos.

A letra identifica uma relação.

O filho E possui pai não citado.

O filho F possui pai não citado.

A mãe E possui um filho e uma filha de maridos diferentes (um marido não citado).

A mãe F possui um filho e uma filha de maridos diferentes (um marido não citado).

Os irmãos G são da mesma mãe mas de pais diferentes (um pai não citado).

Os irmãos H são da mesma mãe mas de pais diferentes (um pai não citado).

2.13 Afirmação verdadeira ou falsa

↑enigma↑

Como ele seria morto se dissesse qualquer coisa, ele teria que tentar dizer alguma coisa que não fosse nem verdadeira nem falsa. Para isto esta afirmação teria que se contradizer. O homem conseguiu isto utilizando uma afirmação que tivesse como conteúdo o seu fim se dissesse uma afirmação falsa. Neste problema ficaria o seguinte: - Eu vou morrer queimado!

Considerando esta afirmação verdadeira, a tribo teria que matá-lo enforcado. No entanto, se ele fosse morto enforcado a afirmação seria falsa, tendo ele então que morrer queimado. Voltaria então ao ponto de partida que a afirmação se tornaria verdadeira novamente, tendo ele que morrer enforcado.

2.14 Três casais de namorados ↑enigma↑

Como sabemos que o namorado de Sílvia mentiu então a resposta de Milton é mentira porque forma uma contradição. A resposta de Nelson também é mentira porque contradiz com a informação de que o namorado de Isa disse a verdade. Como um disse a verdade e só restou a resposta de Lucas então Lucas é namorado de Isa. Portanto, com a resposta verdadeira sabemos que a namorada de Lucas é a Isa, de Milton é a Ana e de Nelson é a Sílvia.

2.15 Número de moedas nas caixas ↑enigma↑

O propósito deste problema é formar uma distribuição de moedas que permita retornar qualquer número decimal de 1 até 1000. Qualquer número poderá ser formado somando as quantidades de moedas de determinadas caixas, utilizando uma, algumas ou todas as caixas. Isto é possível se distribuir as moedas seguindo a sequencia das potências de 2. Qualquer número decimal pode ser representado no sistema de representação binário, de base 2, pois é justamente este sistema que é utilizado nos computadores. Então, se distribuir as moedas nas dez caixas colocando em cada caixa as respectivas quantidades de 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 e 489, este problema será resolvido. Observação, 489 não é o próximo valor da sequencia mas é o restante das moedas.

2.16 Três garrafas de água ↑enigma↑

	Grande	Média	Pequena
Situação inicial	8	0	0
Despeja a água da grande até encher a pequena	5	0	3
Despeja toda a água da pequena na média	5	3	0
Despeja a água da grande até encher a pequena	2	3	3
Despeja a água da pequena até encher a média	2	5	1
Despeja toda a água da média na grande	7	0	1
Despeja toda a água da pequena na média	7	1	0
Despeja a água da grande até encher a pequena	4	1	3
Despeja toda a água da pequena na média	4	4	0

2.17 Três mulheres e três profissões ↑enigma↑

Carolina. A primeira afirmação não pode ser verdadeira pois senão a segunda seria falsa e assim ocasionaria uma contradição. A segunda afirmação não pode ser verdadeira pois senão Carolina seria a psicóloga e Arlete ou Bianca teriam que ser dentista. A terceira afirmação é a verdadeira pois fica Bianca a dentista, Arlete a psicóloga e Carolina a médica.

2.18 Livros nas estantes

↑enigma↑

Na balança coloque 1 livro da primeira estante, 2 da segunda, 3 da terceira, 4 da quarta, 5 da quinta, 6 da sexta, 7 da sétima, 8 da oitava, 9 da nona e 10 da décima. No total haverá 55 livros na balança. Se os livros da primeira estante pesarem 1,1 kg, a balança marcará 55,1 kg. Se os livros da quinta estante pesarem 1,1 kg, a balança marcará 55,5 kg. Se os livros da décima estante pesarem 1,1 kg, a balança marcará 56,0 kg. Portanto o grama registrado na balança indicará qual estante possui os livros mais pesados.

2.19 A cor dos vestidos das três senhoras

↑enigma↑

Se a senhora com o vestido violeta respondeu a dona Rosa, então ela não é a própria dona Rosa. Além disso, como ela não tem o vestido da mesma cor de seu nome, ela também não é a dona Violeta. Logo, é a dona Branca que está com o vestido violeta. Dona Rosa não está usando o vestido rosa nem o violeta, portanto só pode estar usando o branco. Consequentemente, dona Violeta veste o vestido rosa.

2.20 As 5 cartas de pôquer

↑enigma↑

As cartas são: 2 de espadas, 4 de ouro, 5 de copas, 8 de paus e 9 de copas.

Começando pelas dicas "as cartas de copas somam 14", "todos os naipes estão presentes" e "não existem cartas com o mesmo valor" sabemos que há duas de copas e fazemos as combinações de soma: 10+4, 9+5 e 8+6.

Pelas dicas "a soma das cartas pretas é 10", "a menor carta é de espadas" e "não existem cartas com o mesmo valor" fazemos as combinações de soma: 4 de espadas + 6 de paus, 3 de espadas + 7 de paus e 2 de espadas + 8 de paus.

Agora pelas dicas "a soma das cartas de valor impar é igual a somas das cartas de valor par" e "não existem 3 cartas em sequência" a única combinação das cartas de copas e das cartas pretas que dá certo é 5 e 9 de copas e 2 de espadas e 8 de paus. A carta de ouro então é 4.

2.21 Pilhas de moedas

↑enigma↑

A balança deve conter 9 moedas da primeira pilha, 8 da segunda, 7 da terceira, 6 da quarta, 5 da quinta, 4 da sexta, 3 da sétima, 2 da oitava, 1 da nona e nenhuma da décima. No total, haverá na balança 45 moedas. Se as moedas da décima pilha pesarem 9g, a balança marcará 450g. Se as moedas da quinta pilha pesarem 9g, a balança marcará 445g. Se as moedas da primeira pilha pesarem 9g, a balança marcará 441g. Portanto o peso registrado na balança indicará qual a pilha de moedas que pesa 9g.

2.22 Travessia sobre a ponte ↑enigma↑

	Tempo gasto
Vai o 3 e o 1	3
Volta o 3	3
Vai o 8 e o 12	12
Volta o 1	1
Vai o 6 e o 1	6
Volta o 1	1
Vai o 3 e o 1	3
	Total = 29 segundos

2.23 O número de carneiros ↑enigma↑

Cinco e sete, respectivamente. Se o primeiro pedido fosse atendido eles ficariam com seis carneiros para cada. Se o segundo pedido fosse atendido eles ficariam com quatro carneiros para um pastor e oito para o outro.

2.24 Pergunta aos guardas verdadeiro e mentiroso ↑enigma↑

Pergunta: "Se eu perguntar ao seu colega, qual a porta certa, qual é a que ele me indica?"

Seja qual for o guarda inquirido, a resposta indica sempre a porta errada. Se perguntasse ao guarda verdadeiro, ele indicaria a porta errada pois o mentiroso não indica a porta certa. Se perguntasse ao guarda mentiroso, ele indicaria a porta errada pois o verdadeiro indica a porta certa.

2.25 Duas perguntas aos honestos e mentirosos ↑enigma↑

Primeiro pergunta-se a um dos três indivíduos "qual o caminho para o restaurante que cada um dos outros dois indicaria?". Se a pergunta for feita para o estudante ele saberá dizer claramente a resposta do trabalhador e a do capitalista. Se a pergunta for feita para o trabalhador ou para o capitalista, ele saberá dizer a resposta de um indivíduo mas não saberá dizer a resposta do outro, que é o estudante. Neste primeiro passo o turista descobre quem é o estudante.

A segunda pergunta, que deve ser feita a um dos dois que não seja o estudante, será "qual o caminho para o restaurante que o outro indivíduo indicaria?". Neste caso o outro indivíduo citado na pergunta não pode ser o estudante, pois não se sabe a resposta. Seja qual for o indivíduo inquirido, a resposta indica sempre o caminho errado. Se perguntasse ao trabalhador, a resposta indicaria o caminho errado pois o capitalista não indica o caminho certo. Se perguntasse ao capitalista, a resposta indicaria o caminho errado pois o trabalhador indica o caminho correto.

2.26 Idade das filhas

↑enigma↑

Temos uma informação que o produto das idades das três filhas é igual a 36. Consideremos que as filhas sejam a, b, c. Com isto temos que $a \times b \times c = 36$. Verifiquemos então as possibilidades existentes:

a	**b**	**c**	**Produto**
1	1	36	36
1	2	18	36
1	3	12	36
1	4	9	36
1	6	6	36
2	2	9	36
2	3	6	36
3	3	4	36

A segunda informação é que a soma das idades é igual ao número da casa da frente. Como não sabemos qual o número da casa da frente, vamos somar todas as possibilidades encontradas anteriormente:

a	**b**	**c**	**Soma**
1	1	36	38
1	2	18	21
1	3	12	16
1	4	9	14
1	6	6	13
2	2	9	13
2	3	6	11
3	3	4	10

Podemos então ver que somente duas possibilidades foram iguais.

Concluí-mos então a partir desta que o número da casa da frente tem que ser treze, pois se fosse qualquer outro número, o homem do censo não teria falado que faltava informação, pois a equação já estaria satisfeita.

Para descobrirmos agora qual a resposta certa precisamos pegar a última informação, que não é nada sobre a cor dos olhos da menina, e sim que existe uma filha mais velha.

Portanto a resposta correta não pode ser com as gêmeas mais velhas, ficando então:

2 irmãs gêmeas com 2 anos e uma filha com 9 anos de idade.

2.27 12 moedas

↑enigma↑

Este problema dá para se resolver de duas formas, a primeira por comparação e eliminação e a segunda por análise das combinações. Veja as duas:

1ª Forma: Faça a série das três pesagens comparando subconjuntos de moedas:

Numerar as moedas de 1 a 12.

❶ Pesar 1,2,3,4 contra 5,6,7,8:

→ Se equilibrado:

❷ Pesar 6,7,8 contra 9,10,11:
⇒ Se equilibrado:
❸ Pesar 12 contra qualquer outra:
⇛ Se a 12 for mais pesada a moeda diferente é a 12 e é mais pesada.
⇛ Se a 12 for mais leve a moeda diferente é a 12 e é mais leve.
⇒ Se desequilibrado e 9,10,11 for mais pesado:
❸ Pesar 9 contra 10:
⇛ Se equilibrado a moeda diferente é a 11 e é mais pesada.
⇛ Se desequilibrado a moeda diferente é a mais pesada entre 9 e 10.
⇒ Se desequilibrado e 9,10,11 for mais leve:
❸ Pesar 9 contra 10:
⇛ Se equilibrado a moeda diferente é a 11 e é mais leve.
⇛ Se desequilibrado a moeda diferente é a mais leve entre 9 e 10.

→ Se desequilibrado e 5,6,7,8 for mais pesado:

❷ Pesar 1,2,5 contra 3,6,10:
⇒ Se equilibrado:
❸ Pesar 7 contra 8:
⇛ Se equilibrado a moeda diferente é a 4 e é mais leve.
⇛ Se desequilibrado a moeda diferente é a mais pesada entre 7 e 8.
⇒ Se desequilibrado e 3,6,10 for mais pesado:
❸ Pesar 1 contra 2:
⇛ Se equilibrado a moeda diferente é a 6 e é mais pesada.
⇛ Se desequilibrado a moeda diferente é a mais leve entre 1 e 2.
⇒ Se desequilibrado e 3,6,10 for mais leve:
❸ Pesar 3 contra 10:
⇛ Se equilibrado a moeda diferente é a 5 e é mais pesada.
⇛ Se desequilibrado a moeda diferente é a 3 e é mais leve.

→ Se desequilibrado e 5,6,7,8 for mais leve:

❷ Pesar 1,2,5 contra 3,6,10:
⇒ Se equilibrado:
❸ Pesar 7 contra 8:
⇛ Se equilibrado a moeda diferente é a 4 e é mais pesada.
⇛ Se desequilibrado a moeda diferente é a mais leve entre 7 e 8.
⇒ Se desequilibrado e 3,6,10 for mais leve:
❸ Pesar 1 contra 2:
⇛ Se equilibrado a moeda diferente é a 6 e é mais leve.
⇛ Se desequilibrado a moeda diferente é a mais pesada entre 1 e 2.
⇒ Se desequilibrado e 3,6,10 for mais pesado:
❸ Pesar 3 contra 10:
⇛ Se equilibrado a moeda diferente é a 5 e é mais leve.
⇛ Se desequilibrado a moeda diferente é a 3 e é mais pesada.

2ª Forma: Organize as moedas para as possíveis combinações de pesagens.

Analisando um lado da balança, as possibilidades de resultado de uma pesagem são mais Pesado, mais Leve e Equilibrado. Sendo três pesagens e podendo ocorrer uma dessas três possibilidades em cada pesagem, temos assim $3^3 = 27$ combinações de resultados possíveis.

Pesagem	1ª	2ª	3ª
Possibilidade	P ou L ou E	P ou L ou E	P ou L ou E

Dentre as possibilidades, três combinações são descartadas para a 1ª, 2ª e 3ª pesagem. São as combinações EEE, LLL e PPP. Senão uma moeda estaria de fora em todas as pesagens ou estaria sempre do mesmo lado. As 24 combinações restantes são organizadas em pares, juntando duas combinações onde estão invertidas somente as possibilidades pesado e leve, mantendo a possibilidade equilibrado. Por exemplo o par EPL-ELP. Após isso, os pares são divididos formando dois grupos, que se invertem par a par. Cada moeda, numeradas de 1 a 12, é associada a um par. No esquema apresentado ao final, são as colunas G1, M e G2.

Um dos grupos é escolhido para montar a configuração das moedas na balança, para 1ª, 2ª e 3ª pesagem, as moedas correspondentes à possibilidade pesado ficam no prato da esquerda e as moedas de possibilidade leve no prato da direita. As moedas correspondentes à possibilidade equilibrado ficam de fora da referida pesagem. Isto é, a 1ª pesagem recebe as moedas que possuem a letra P na posição 1, para o prato da esquerda, e recebe as moedas que possuem a letra L também na posição 1, para o prato da direita. Nas pesagens seguintes, com as posições 2 e 3, faz-se o mesmo.

Seguindo esta configuração das moedas, são realizadas as três pesagens. Para cada uma das três pesagens realizadas é anotado o respectivo resultado do lado esquerdo da balança, se ficou mais pesado, mais leve ou equilibrado em comparação ao lado direito. A moeda que estiver associada à esta combinação de resultados é a moeda diferente. Se a combinação de resultados estiver dentro do grupo escolhido para a configuração das moedas, a moeda diferente é mais pesada que as demais, se estiver no outro grupo a moeda é mais leve. Veja os dois exemplos de resultados expostos no esquema a seguir:

Grupo escolhido
↓

G1	M	G2
1 2 3		1 2 3
EPL	1	ELP
PLE	2	LPE
PEL	3	LEP
EEL	4	EEP
ELE	5	EPE
PEE	6	LEE
LLE	7	PPE
PEP	8	LEL
EPP	9	ELL
LLP	10	PPL
LPL	11	PLP
LPP	12	PLL

← Pesagens

↓	Esquerda	Direita
1ª	2, 3, 6, 8	7, 10, 11, 12
2ª	1, 9, 11, 12	2, 5, 7, 10
3ª	8, 9, 10, 12	1, 3, 4, 11

Ex. 1: Se a moeda diferente fosse a 7 e mais pesada o resultado do lado esquerdo da balança seria LLE.

Ex. 2: Se a moeda diferente fosse a 9 e mais leve o resultado do lado esquerdo da balança seria ELL.

2.28 Pedras brancas e pretas

↑enigma↑

A filha percebe a trapaça e, quando pega uma pedra da sacola, deixa-a cair na rua cheia de outras pedras. Em seguida, chama a atenção dos presentes para o fato de que a pedra que ela pegou deve ser da cor oposta à que restou na sacola.

2.29 As gêmeas Anabela e Analinda

↑enigma↑

Pela 1ª resposta, que foi "sim". Se fosse Anabela, seria verdade e estava falando com a esposa. Se fosse Analinda, seria mentira e estava falando com a esposa. Logo, pela resposta da primeira pergunta o matemático descobriu que estava falando com sua esposa.

Pela 2ª resposta, que foi "não". Se fosse Anabela, seria verdade, então, o nome da esposa é Analinda. Se fosse Analinda, seria mentira, então, o nome da esposa é Analinda. Logo, estava falando com Analinda, sua esposa.

2.30 Cor do boné

↑enigma↑

A cor do boné é azul. O último da fila só seria capaz de adivinhar a cor de seu boné se os dois da frente estivessem com os bonés amarelos, assim só lhe restaria a cor azul. Esta combinação então é descartada para os da frente.

O do meio só adivinharia se o da frente estivesse com um boné amarelo, pois com o descarte da combinação favorável ao último o do meio só teria a opção da cor azul. Mais duas combinações são descartadas para o da frente, sendo assim, somente lhe restou as combinações em que está com o boné azul.

Veja abaixo a tabela das combinações e das possibilidades de saber a cor:

Combinações dos bonés			**Saberia a cor**		
Frente	**Meio**	**Último**	**Frente**	**Meio**	**Último**
Azul	Azul	Azul	Sim	Não	Não
Azul	Azul	Amarelo	Sim	Não	Não
Azul	Amarelo	Azul	Sim	Não	Não
Amarelo	Azul	Azul	—	Sim	Não
Azul	Amarelo	Amarelo	Sim	Não	Não
Amarelo	Azul	Amarelo	—	Sim	Não
Amarelo	Amarelo	Azul	—	—	Sim

3 Conhecimento comum

3.1 As mulheres de Sevita

↑enigma↑

Existem seis maridos mulherengos e todos são marcados no sexto dia. A razão pela qual isso acontece é que todas as mulheres sabiam que havia pelo menos um mulherengo, mas não sabiam que as outras mulheres sabiam disso. Ou seja, o fato de que cada mulher sabe que há um mulherengo não é conhecido pelas outras cinco mulheres até que seis dias sejam passados.

Segue uma explicação geral do argumento:

Suponha que exista um mulherengo. Então todas as mulheres, menos uma, veriam um mulherengo. A esposa do mulherengo não veria nenhum mulherengo. Assim, quando a visitante informa a vila de que existe um mulherengo, a esposa do mulherengo sabe que deve ser o marido dela, então ela marca-o na noite do primeiro dia.

Suponha que existam dois mulherengos. Todas as mulheres, exceto duas, veem dois mulherengos. Mas as esposas dos mulherengos veem um mulherengo apenas. Cada uma das esposas enganadas raciocina que, se o marido não fosse um mulherengo, ela estaria no caso anterior. Mas como nenhuma esposa marca na primeira noite, as duas esposas enganadas devem marcar na noite do segundo dia. A nova informação neste caso é que cada uma das esposas enganadas sabia que havia um mulherengo, mas não sabia que a outra esposa enganada sabia que havia ao menos um, até a segunda noite.

Suponha que existam três mulherengos. Todas as mulheres, exceto três, veem três mulherengos. Cada uma das três esposas enganadas vê dois mulherengos apenas. Cada uma delas raciocina que, se o marido não fosse um mulherengo, esse seria o caso anterior. Mas isso é impossível depois da segunda noite. Assim, cada esposa enganada marca na noite do terceiro dia. A nova informação nesse caso é que cada uma das esposas enganadas sabia que havia pelo menos dois mulherengos e, portanto, sabia que cada uma das outras sabia que havia pelo menos um mulherengo. Cada mulher enganada pensa: "Se eu não fui enganada, aprendi que cada uma das duas mulheres enganadas sabe que a outra sabe que há pelo menos um mulherengo". Esta é uma informação nova. Após a primeira noite, essa nova informação implica que cada mulher enganada sabe que está enganada.

Este argumento pode ser estendido para qualquer número dias. Como nenhum marido é marcado nas primeiras cinco noites, todos eles devem ser mulherengos e, portanto, serão marcados na sexta noite.

3.2 O conselho de sábios

↑enigma↑

A solução deste problema segue o conceito do conhecimento comum, que é a base da teoria dos jogos. Neste conceito, todos escolhem a melhor reação ao mesmo tempo, reproduzindo o equilíbrio de Nash.

São doze pedras, entre esmeraldas (e) e rubis (r), portanto e + r = 12. O convite foi repetido a cada dez minutos, durante uma hora, até que os que possuíam esmeraldas se dirigissem ao sultão. Desta forma, dentre os sessenta minutos o convite foi dito sete vezes, uma no início e seis após cada dez minutos.

Vamos avançar até o ponto de equilíbrio. Primeiramente vamos supor que exista somente uma esmeralda, sendo e = 1 e r = 11, mas eles não sabem disso. Neste caso, se houvesse apenas uma esmeralda, o sábio que estivesse com ela olharia para os outros e, vendo somente rubis, deduziria que a esmeralda estaria consigo. No primeiro convite ele já se levantaria para levar a caixa ao sultão.

Em um segundo raciocínio, vamos supor que existam duas esmeraldas e dez rubis, sendo e = 2 e r = 10, mas eles não sabem disso. Neste caso, cada um dos sábios com esmeraldas veria com os outros sábios a outra esmeralda e os dez rubis. No segundo convite, cada um dos dois sábios com esmeralda saberia que a esmeralda do outro não era a única e, vendo os demais com rubis, deduziria que a outra esmeralda estaria consigo. No segundo convite os dois se levantariam para levar a caixa ao sultão.

Este raciocínio é semelhante para e = 3 e r = 9, ocorrendo a dedução após o terceiro convite, para e = 4 e r = 8..., e = 5 e r = 7..., até e = 6 e r = 6, onde ocorre a dedução após o sexto convite. Percebe-se então a relação entre o número de convites e o número de esmeraldas.

Supondo que existam sete esmeraldas e cinco rubis, sendo e = 7 e r = 5, mas eles não sabem disso. Neste caso, cada um dos sábios com esmeraldas veria com os outros sábios outras seis esmeraldas e os cinco rubis. No sétimo convite, cada um dos sábios com esmeralda saberia que existem mais de seis esmeraldas e, vendo as seis esmeraldas e os cinco rubis, deduziria que a sétima esmeralda estaria consigo. No sétimo convite os sete sábios com esmeraldas se levantariam para levar a caixa ao sultão. E foi o que aconteceu.

A resposta do problema é que Hasen colocou sete esmeraldas e cinco rubis nas caixas.

3.3 Cor dos olhos

↑enigma↑

Todas as pessoas de olhos azuis deixarão a ilha na centésima noite.

Se você considerar o caso de haver apenas uma pessoa de olhos azuis na ilha, você pode ver que ela deixará a ilha na primeira noite, porque ela saberá que é a única de quem a Guru deve estar falando. Ela olha ao seu redor e não vê alguém mais e sabe que pode sair. Então: [TEOREMA 1] Se tiver uma pessoa de olhos azuis, ela deixará a ilha na primeira noite.

Se neste lugar haver duas pessoas de olhos azuis, elas se olharão uma a outra. Cada uma delas pensará "Se eu não tenho olhos azuis [HIPÓTESE 1], então esta pessoa é a única que tem. E se ela é a única, pelo TEOREMA 1 ela deixará a ilha nesta noite.". Cada uma delas esperará para ver e quando nenhuma delas deixar a ilha na primeira noite, cada uma pensará "Minha HIPÓTESE 1 estava incorreta. Eu devo ter olhos azuis.". E as duas sairão na segunda noite. Então: [TEOREMA 2] Se tiver duas pessoas de olhos azuis, cada uma delas deixará a ilha na segunda noite.

Se neste lugar haver três pessoas de olhos azuis, cada uma olhará as outras duas e atravessará um processo similar ao anterior. Cada uma considerará duas possibilidades: "Eu tenho olhos azuis" ou "Eu não tenho olhos azuis". Ela saberá que se não tiver olhos azuis, terá somente duas pessoas de olhos azuis na ilha, as duas que ela vê. Então ela pode esperar duas noites, e se ninguém deixar, ela saberá que deve ter olhos azuis: TEOREMA 2 diz que se ela não tiver, as outras pessoas terão de sair. Quando ela ver que as outras não deixaram, ela saberá que seus próprios olhos são azuis. Todas as três estão no mesmo processo, então todas elas deduzirão no dia 3 e deixarão a ilha.

Esta indução pode continuar adiante até o TEOREMA 99, no qual qualquer pessoa envolvida na ilha saberá imediatamente. Cada uma delas esperará 99 dias, verão que o resto do grupo não foi a lugar algum, e na centésima noite todas deixarão a ilha.

4 Basta matemática

4.1 Uma cripto-aritmética ↑enigma↑

Podemos observar que nem A, nem B, nem C são zero, pois se fossem não poderíamos obter três linhas de produtos parciais. Observamos também que o produto $C \times A$ termina em A e o produto $C \times B$ termina em B. De onde deduzimos, pela tabuada, pois outros números não possuem propriedade semelhante, que C só pode ser 1 ou 6. Contudo, se C fosse 1, o primeiro produto parcial não seria de quatro dígitos, mas de apenas três. Portanto, $C = 6$. Sendo $C = 6$, então A e B só pode ser 2, 4 ou 8, como se esclarece com os exemplos:

$$
\begin{aligned}
6 \times 2 &= 12 \\
6 \times 4 &= 24 \\
6 \times 8 &= 48
\end{aligned}
$$

Como o segundo produto parcial é de apenas três dígitos, então A não pode ser 4 ou 8, e portanto $A = 2$.

Agora temos duas possibilidades para B, ou $B = 4$ ou $B = 8$. Sendo $A = 2$, se B fosse 4, o terceiro produto parcial seria composto por três dígitos, em vez de quatro, desta forma, $B = 8$. Assim, temos, $A = 2$, $B = 8$, $C = 6$. O número desconhecido é 286 e a multiplicação é a seguinte:

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & & 2 & 8 & 6 \\
\text{x} & & & & 8 & 2 & 6 \\
\hline
 & & & 1 & 7 & 1 & 6 \\
+ & & & 5 & 7 & 2 & \\
 & 2 & 2 & 8 & 8 & & \\
\hline
 & 2 & 3 & 6 & 2 & 3 & 6
\end{array}
$$

4.2 Um simples alfamético ↑enigma↑

A letra M do resultado somente pode ser $M = 1$ pois é a única possibilidade em uma soma de dois números de quatro dígitos com resultado de cinco dígitos. Para resultar o 1 no M do resultado, $S + M$ é pelo menos 9. Sendo $M = 1$, S é 8 ou 9 e $S + M$ é 9 ou 10, o que resulta em O igual a 0 ou 1. Mas $M = 1$ então $O = 0$.

Se ocorresse o transporte de 1 da coluna da centena $(E + O)$ para a coluna do milhar $(S + M)$, E seria 9 e N seria 0. Mas $O = 0$, desta forma não houve transporte de 1 e então $S = 9$.

Se não houvesse o transporte de 1 da coluna da dezena $(N + R)$ para a coluna da centena $(E + O)$, E seria igual a N, o que é impossível. Então houve um transporte e $N = E + 1$.

Se não houvesse o transporte de 1 da coluna da unidade ($D+E$) para a coluna da dezena ($N+R$), $N+R$ seria igual a $E+10$. Com $N=E+1$, $E+1+R$ seria igual a $E+10$ e assim R seria 9. Mas $S=9$, então houve um transporte e $R=8$.

Para produzir o transporte de 1 da coluna da unidade ($D+E$) para a coluna da dezena ($N+R$) é necessário que $D+E$ seja igual a $10+Y$. Como Y não pode ser 0 ou 1, $D+E$ é pelo menos 12. Como D é no máximo 7, então E é no mínimo 5. Além disso, N é no máximo 7 e $N=E+1$. Assim E é 5 ou 6.

Se E for 6 então para fazer $D+E$ ser pelo menos 12, D precisa ser 7. Mas $N=E+1$ então N também será 7, o que é impossível. Então $E=5$ e $N=6$. Para fazer $D+E$ ser pelo menos 12 é preciso ter $D=7$ e então $Y=2$.

A solução deste quebra-cabeça é $O=0$, $M=1$, $Y=2$, $E=5$, $N=6$, $D=7$, $R=8$ e $S=9$. E a equação fica:

$$\begin{array}{cccccc} & & 9 & 5 & 6 & 7 \\ + & & 1 & 0 & 8 & 5 \\ \hline & 1 & 0 & 6 & 5 & 2 \end{array}$$

4.3 O alfamético duplamente-verdadeiro

↑enigma↑

Para que uma soma de três números idênticos resulte em um número com o mesmo número na casa da unidade, é preciso que esta soma receba um 2 vindo da soma anterior e que estes números idênticos sejam 4 ou 9. Como a soma $4+4+4$ transporta 1 para a próxima coluna então $N=9$ e $I=4$.

Para a coluna da centena ($N+N+N$) receber um 2 da soma anterior, C precisa ser 6 ou 7 ou 8. Mas C não pode ser 6 senão U seria 9 e C não pode ser 7 pois Q e U são números distintos. Então $C=8$. Consequentemente, $Q=2$ e $U=5$.

Se $C=8$, a coluna da dezena ($C+C+C$) precisa receber um 2 vindo da soma anterior pois Z não pode ser 4 ou 5, então $Z=6$. Se a coluna da dezena recebeu um 2, $O=7$ e então $E=1$.

A solução deste quebra-cabeça é $E=1$, $Q=2$, $I=4$, $U=5$, $Z=6$, $O=7$, $C=8$ e $N=9$. Assim, a equação é:

$$\begin{array}{cccccc} & 8 & 4 & 9 & 8 & 7 \\ + & 8 & 4 & 9 & 8 & 7 \\ & 8 & 4 & 9 & 8 & 7 \\ \hline 2 & 5 & 4 & 9 & 6 & 1 \end{array}$$

4.4 Sacas de milho, feijão e café

↑enigma↑

$$M + F + C = 14400$$
$$C = 4 \times F$$
$$M = F + 2400$$

$$(F + 2400) + F + (4 \times F) = 14400$$
$$F + F + 4 \times F = 14400 - 2400$$
$$6 \times F = 12000$$
$$F = 2000$$

$$C = 4 \times 2000$$
$$C = 8000$$

No total foram 8000 sacas de café.

4.5 Degraus da escada rolante

↑enigma↑

Pedro foi o primeiro à chegar ao topo pois ele avançava dois degraus à cada passo, então foi ele quem contou 28 degraus. Como a escada está em funcionamento, ajudando-os a subir, no tempo gasto para Pedro chegar ao topo a escada o ajudou x degraus, desta forma o número de degraus visíveis nesta escada é $28 + x$.

Como Pedro avançou dois degraus por vez e contou 28, então ele deu 14 passos até o topo. Assim no momento que Pedro chegou ao topo, João havia avançado 14 degraus. Neste tempo a escada ajudou x degraus então até esta altura em que João se encontra existem $14 + x$ degraus visíveis.

João contou 21 degraus, se ele está no 14 então faltam 7 para ele chegar ao topo. Como 7 é metade de 14 então a escada ainda vai ajudar mais $x/2$ degraus. Desta altura até o topo existem $7 + x/2$ degraus visíveis. O número de degraus visíveis para João e para Pedro é o mesmo, então basta montar a equação:

$$28 + x = 14 + x + 7 + x/2$$
$$28 - 14 - 7 = x - x + x/2$$
$$7 = x/2$$
$$x = 14$$

Se x é igual a 14 então o número de degraus visíveis é $28 + x = 28 + 14 = 42$ degraus. Ou, utilizando a contagem de João, o número de degraus visíveis é $14 + x + 7 + x/2 = 14 + 14 + 7 + 14/2 = 42$ degraus.

4.6 As pérolas do rajá

↑enigma↑

Seja x o número total de pérolas do rajá e q1, q2, q3 etc. as quantidades para cada filha. Portanto $x = q1 + q2 + q3$ etc.

A primeira filha retirou 1 pérola mais 1/7 do restante:

$$q1 = 1 + 1/7 \times (x - 1) = (x + 6)/7$$

Então restaram:

$$x - q1 = x - ((x + 6)/7) = (6x - 6)/7$$

A segunda retirou 2 pérolas mais 1/7 do restante:

$$q2 = 2 + 1/7 * ((6x - 6)/7 - 2) = (6x + 78)/49$$

Poderíamos agora calcular o restante e a quantidade para a terceira filha mas não é necessário. Como sabemos que as herdeiras receberam o mesmo número de pérolas, então, q1=q2=q3 etc. Assim, podemos igualar a quantidade q1 com q2 e encontrar o valor do número total de pérolas:

$$\begin{aligned} q1 &= q2 \\ (x + 6)/7 &= (6x + 78)/49 \\ x &= 36 \end{aligned}$$

As pérolas eram em número de 36 e foram repartidas por 6 filhas:

A primeira tirou 1 pérola e mais um sétimo de 35, isto é, 5; logo, tirou 6 pérolas e deixou 30.

A segunda, das 30 que encontrou, tirou 2 mais um sétimo de 28, que é 4; logo, tirou 6 e deixou 24.

A terceira, das 24 que encontrou, tirou 3 mais um sétimo de 21, ou 3. Tirou portanto 6, deixando 18 de resto.

A quarta, das 18 que encontrou, tirou 4 mais um sétimo de 14. E um sétimo de 14 é 2, recebendo também 6 pérolas.

A quinta encontrou 12 pérolas e retirou 5 e um sétimo de 7, isto é, 1; logo tirou 6.

A sexta filha recebeu, por fim, as 6 pérolas restantes.

4.7 Quais são os algarismos da soma? ↑enigma↑

São dois números com dois algarismos, que somados resultam em um número com três algarismos. Não é possível a soma de dois números com dois algarismos resultar em um número maior que 198, portanto C = 1. Para uma soma de dois algarismos (B e A) resultar em um número com o algarismo 1 na unidade ($B + A = ?1$), as somas só poderão ser $2 + 9$ ou $3 + 8$ ou $4 + 7$ ou $5 + 6$ (ou as posições invertidas), que são igual a 11. Desta forma:

$$\begin{aligned}
29 + 92 &= 121 \\
38 + 83 &= 121 \\
47 + 74 &= 121 \\
56 + 65 &= 121
\end{aligned}$$

Portanto A = 2 e consequentemente B = 9. O número ABC é 291.

4.8 Epitáfio de Diofanto ↑enigma↑

Sendo x a idade de Diofanto, temos:

- um sexto na infância = x/6
- um duodécimo na adolescência = x/12
- um sétimo antes do casamento = x/7
- cinco anos até o filho = 5
- metade da idade = x/2
- quatro anos de consolo = 4

A idade de Diofanto é igual a soma dos anos de cada etapa de sua vida:

$$\begin{aligned}
x &= x/6 + x/12 + x/7 + 5 + x/2 + 4 \\
x &= (14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336)/84 \\
84x &= 14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336 \\
84x - 14x - 7x - 12x - 42x &= 420 + 336 \\
9x &= 756 \\
x &= 756/9 \\
x &= 84 \ anos
\end{aligned}$$

4.9 Algarismos invertidos no cheque

↑enigma↑

Primeiramente, é irrelevante saber quantos algarismos possui o valor preenchido no cheque, se avança para a casa do milhar etc., como também não é necessário saber o valor na casa da unidade. Nesta solução vamos adotar zero para estas casas.

A relação entre os dois algarismos é que um é duas vezes o outro, sendo assim vamos chamá-los de x e 2x.

Como a diferença paga foi de R$ 270,00 então o maior valor menos o menor valor é igual à 270. O maior valor possui o 2x na casa da centena, com o x na casa da dezena, e o menor valor possui o inverso, o x na casa da centena e o 2x na casa da dezena.

Considerando somente os algarismos das casas da dezena e centena, podemos montar a seguinte equação:

$$\begin{aligned}(2x \times 100 + x \times 10) - (x \times 100 + 2x \times 10) &= 270\\ 200x + 10x - 100x - 20x &= 270\\ 90x &= 270\\ x &= 270/90\\ x &= 3\end{aligned}$$

Os dois algarismos são 3, que foi escrito na casa da dezena, e 6, que foi escrito na casa da centena. O valor correto poderia ser R$ 360,00 e a pessoa preencheu escrevendo R$ 630,00.

4.10 Quantos ovos na granja?

↑enigma↑

O número não é múltiplo de dois, de três ou de cinco mas é múltiplo de sete.

Os múltiplos de sete são 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98, 105, 112, 119 ...

Como não é múltiplo de dois então os números pares estão fora, como não é múltiplo de três então os números 21, 63 e 105 estão fora, e como não é múltiplo de cinco então os números 35 e 70 estão fora. Restam os números 7, 49, 77, 91, 119 ...

Destes, os números 7, 49 e 77, se contar de cinco em cinco sobram 2, 4 e 2 respectivamente, portanto o menor número possível de ovos é 91 (as contagens: $2 \times 45 + 1$; $3 \times 30 + 1$; $5 \times 18 + 1$; 7×13).

4.11 Vinho com água no barril

↑enigma↑

Vamos considerar que o barril possuía x medidas de vinho.

Após uma retirada de 3 medidas e substituição por água, a quantidade de vinho no barril e sua consistência são:

$$QA = x - 3$$
$$e$$
$$CA = QA/x = (x - 3)/x$$

Na a segunda retirada de mais 3 medidas, a quantidade de vinho removido será $3 \times CA = 3(x - 3)/x$. Após substituição por água, a quantidade de vinho no barril e sua consistência são:

$$QB = x - 3 - 3(x - 3)/x$$
$$e$$
$$CB = QB/x = (x - 3 - 3(x - 3)/x)/x$$

Na terceira retirada, o vinho removido será $3 \times CB = 3(x - 3 - 3(x - 3)/x)/x$. Após substituição por água, a quantidade de vinho no barril e sua consistência final são:

$$QC = x - 3 - 3(x - 3)/x - 3(x - 3 - 3(x - 3)/x)/x = (x - 3)3/x2$$
$$e$$
$$CC = QC/x = (x - 3)3/x3$$

Se, após a fraude, a consistência do vinho remanescente no barril é $CC = 1/2$, pela consistência final obtemos a equação:

$$(x - 3)3/x3 = 1/2$$

Portanto, resolvendo x:

$$x = (3 \times 21/3)/(21/3 - 1) = 14,5$$

No barril haviam originalmente 14,5 medidas de vinho.

4.12 Igualdade entre produtos com dígitos invertidos

↑enigma↑

Evidentemente, se os números com dois dígitos são ambos formados por dígitos repetidos, como 22 e 55, então inverter a ordem dos dígitos mantém os números inalterados, assim os produtos serão os mesmos. Além disso, se o segundo número é formado pela inversão dos dígitos do primeiro número, por exemplo 12 e 21, então os mesmos números serão obtidos na inversão dos dígitos.

Suponha que os dois números são ab e cd, e depois queremos que seu produto seja igual ao produto de ba e dc. Isto pode ser expresso algebricamente como:

$$(10a+b)\times(10c+d)=(10b+a)\times(10d+c)$$

na qual:

$$100ac+10ad+10bc+bd=100bd+10bc+10ad+ac$$

e simplificando:

$$99ac=99bd$$

Então, os números satisfazem a condição requerida quando seus dígitos satisfazem: $ac=bd$

Isto é equivalente ao produto dos dígitos da dezena sendo igual ao produto dos dígitos da unidade, dando as seguintes soluções:

$12\times42=21\times24$	$24\times63=42\times36$
$12\times63=21\times36$	$24\times84=42\times48$
$13\times62=31\times26$	$23\times96=32\times69$
$12\times84=21\times48$	$26\times93=62\times39$
$14\times82=41\times28$	$34\times86=43\times68$
$13\times93=31\times39$	$36\times84=63\times48$
$23\times64=33\times46$	$46\times96=64\times69$

4.13 Expressões pandigitais

↑enigma↑

I) $\dfrac{9}{12}+\dfrac{5}{34}+\dfrac{7}{68}=1$ II) $\dfrac{1}{3\times6}+\dfrac{5}{8\times9}+\dfrac{7}{2\times4}=1$

4.14 Razão entre netos e netas

↑enigma↑

Considerando que o número de netos = m e o número de netas = f. A equação da distribuição do dinheiro antes e após a brincadeira é: $2m + 2f = m + 5f$

Simplificando a equação:

$$\begin{aligned} 2m + 2f &= m + 5f \\ 2m - m &= 5f - 2f \\ m &= 3f \\ m/f &= 3 \end{aligned}$$

Portanto, a razão entre o número de netos e netas é 3.

4.15 Uma mistura de café

↑enigma↑

É possível resolver por sistema de equações, onde x será a quantidade de café brasileiro em quilos e y será a quantidade de café dominicano em quilos. Se são 90 quilos de uma mistura que custa R$14/kg então o preço total é R$ 1260,00, sendo assim:

$$\begin{aligned} x + y &= 90 \qquad \text{(1ª linha multiplica por -13)} \\ 13x + 16y &= 1260 \end{aligned}$$

$$\text{Se:} \quad x + y = 90$$

$$\begin{aligned} -13x - 13y &= -1170 \\ 13x + 16y &= 1260 \\ \hline 3y &= 90 \\ y &= 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 30 &= 90 \\ x &= 60 \end{aligned}$$

Resultado: 60kg de café brasileiro e 30kg de café dominicano.

4.16 O número ab7

↑enigma↑

Adotando ab7 como sendo o número inicial, temos: $7ab - 2 \times ab7 = 21$

Decompondo os números em centena, dezena e unidade, tornam-se:

$$700 + 10a + b - 2(100a + 10b + 7) = 21$$
$$700 + 10a + b - 200a - 20b - 14 = 21$$
$$686 - 190a - 19b = 21$$
$$190a + 19b = 665 \qquad \text{(divide tudo por 19)}$$
$$10a + b = 35$$

Se a está na casa da dezena e b está na casa da unidade, então ab = 35, sendo a = 3 e b = 5. Assim, o número inicial é 357.

$$735 - 2 \times 357 = 21$$

4.17 A balança com defeito

↑enigma↑

De acordo com o enunciado, os valores obtidos nas pesagens de Francisco (x), Ana (y) e Simba (z), dois a dois, foram:

A) $x + z = 88$

B) $x + y = 114$

C) $y + z = 60$

Fazendo A - B, teremos D:

$$\text{D)}\ (x + y) - (x + z) = 114 - 88$$
$$x + y - x - z = 26$$
$$y - z = 26$$

Fazendo C - D, teremos E:

$$\text{E)}\ (y + z) - (y - z) = 60 - 26$$
$$y + z - y + z = 34$$
$$z = 17$$

Fazendo A - E, teremos:

$$(x + z) - z = 88 - 17$$
$$x = 71$$

Fazendo C - E, teremos:

$$(y + z) - z = 60 - 17$$
$$y = 43$$

Portanto, Francisco pesa 71 kg, Ana pesa 43 kg e Simba pesa 17 kg.

4.18 A idade dos 8 matemáticos

↑enigma↑

A soma com o menor valor foi efetuada pelo mais velho pois a idade dele (a maior) está fora da soma. Logo o mais velho somou 87 e o mais novo somou 100. Os demais estão ordenados entre eles pela diferença da idade.

Podemos dizer que $100 - 87 = 13$ é a diferença de idade entre o mais novo e o mais velho (v). A idade do mais novo é por exemplo $v - 13$. De acordo com a sequencia, podemos dizer que cada termo da somatória calculada pelo mais novo, baseando-se na idade do mais velho, foi a idade do mais velho menos a respectiva diferença de idade, para cada pessoa na sequencia. Então:

$$\begin{aligned} v + v - 3 + v - 6 + v - 7 + v - 9 + v - 10 + v - 12 &= 100 \\ 7v - 47 &= 100 \\ 7v &= 147 \\ v &= 21 \end{aligned}$$

A idade do mais velho é 21. A sequencia das idades é: 21 18 15 14 12 11 9 8.

4.19 Onde está o pai?

↑enigma↑

A idade atual do filho é x. A idade atual da mãe é $y = x + 21$. Daqui 6 anos: $x + 6 = (y + 6)/5$ ou $5(x + 6) = y + 6$

$$\begin{aligned} 5x + 30 &= x + 21 + 6 \\ 4x &= -3 \\ x &= -3/4 \end{aligned}$$

O filho tem a idade de -3/4 anos (-9 meses), ou seja, o pai está com a mãe!

4.20 O problema dos três marinheiros

↑enigma↑

Sejam:

M = total de moedas;
a = parte retirada pelo 1º marujo;
b = parte retirada pelo 2º marujo;
c = parte retirada pelo 3º marujo;
r = restante dividido pelo almoxarife.

Sabemos que o 1º marujo jogou uma moeda fora e dividiu $M - 1$ por 3, logo $a = (M - 1)/3$ ou $M = 3a + 1$. Ficaram duas partes de a na caixa, ou seja, $2a$.

Sabemos que o 2º marujo jogou uma moeda fora e dividiu $2a-1$ por 3, logo $b=(2a-1)/3$ ou $2a=3b+1$. Ficaram duas partes de b na caixa, ou seja, $2b$.

Seguindo este raciocínio, temos:

$$M = 3a+1$$
$$2a = 3b+1$$
$$2b = 3c+1$$
$$2c = 3r+1$$

Assim:

$$a = ((3b+1)/2)$$
$$b = ((3c+1)/2)$$
$$c = ((3r+1)/2)$$

Substituindo em M, o equivalente em a, depois em b e finalmente em c, obtemos:

$$M = 3a+1$$
$$M = 3((3b+1)/2)+1$$
$$M = 3((3((3c+1)/2)+1)/2)+1$$
$$M = 3((3((3((3r+1)/2)+1)/2)+1)/2)+1$$

Simplificando, chegamos em:

$$M = 3((3((((9r+3)/2)+1)/2)+1)/2)+1$$
$$M = 3((3(((9r+3+2)/2)/2)+1)/2)+1$$
$$M = 3((3((9r+5)/4)+1)/2)+1$$
$$M = 3((((27r+15)/4)+1)/2)+1$$
$$M = 3(((27r+15+4)/4)/2)+1$$
$$M = 3((27r+19)/8)+1$$
$$M = ((81r+57)/8)+1$$
$$M = (81r+57+8)/8$$
$$M = (81r+65)/8$$

Ou ainda:

$$M = (80r+r+64+1)/8$$
$$M = 10r+r/8+8+1/8$$
$$M = 10r+8+(r+1)/8$$

A expressão mostra que $r+1$ deve ser múltiplo de 8, para resultar em número inteiro, ou seja, $r+1=8k$. Fazendo $r=8k-1$ e substituindo na expressão, teremos:

$$M = 10(8k-1)+8+(8k-1+1)/8$$
$$M = 80k-10+8+k$$
$$M = 81k-2$$

Na qual a incógnita k pode receber um número natural qualquer: 1, 2, 3, 4, 5 ... Os valores de M serão, respectivamente: 79, 160, 241, 322, 403 ...

Como o enunciado afirma que o número de moedas é superior a 200 e que não chega a 300, o valor é 241 pois é o único que serve para o caso.

Então, eram 241 moedas e cada marujo recebeu:

- 1º marujo = 103; $(80 + 23)$
- 2º marujo = 76; $(53 + 23)$
- 3º marujo = 58; $(35 + 23)$
- jogadas ao mar = 3;
- almoxarife = 1.

5 Equacionando incógnitas

5.1 Problemas com equações do 1º grau

a) Um número mais a sua metade é igual a 150. Qual é esse número? ↑enigma↑

Solução:

$$\begin{aligned} n + n/2 &= 150 \\ (2n+n)/2 &= 150 \\ 2n + n &= 150 \times 2 \\ 3n &= 300 \\ n &= 100 \end{aligned}$$

Resposta: Esse número é 100.

b) A diferença entre um número e sua quinta parte é igual a 36. Qual é esse número? ↑enigma↑

Solução:

$$\begin{aligned} n - n/5 &= 36 \\ (5n-n)/5 &= 36 \\ 4n/5 &= 36 \\ 4n &= 180 \\ n &= 45 \end{aligned}$$

Resposta: Esse número é 45.

c) O triplo de um número é igual a sua metade mais 20. Qual é esse número? ↑enigma↑

Solução:

$$\begin{aligned} 3n &= n/2 + 20 \\ 6n/2 &= (n+40)/2 \\ 6n &= n + 40 \\ 5n &= 40 \\ n &= 8 \end{aligned}$$

Resposta: Esse número é 8.

d) O triplo de um número, mais 5, é igual a 254. Qual é esse número? ↑enigma↑

Solução:

$$\begin{aligned}
3n+5 &= 254\\
3n &= 254-5\\
3n &= 249\\
n &= 83
\end{aligned}$$

Resposta: Esse número é 83.

e) O quádruplo de um número, diminuído de três, é igual a 99. Qual é esse número? ↑enigma↑

Solução:

$$\begin{aligned}
4n-3 &= 99\\
4n &= 99+3\\
4n &= 102\\
n &= 25,5
\end{aligned}$$

Resposta: Esse número é 25,5.

f) Num pátio há bicicletas e carros num total de 20 veículos e 56 rodas. Determine o número de bicicletas e de carros. ↑enigma↑

Solução:

$$\begin{aligned}
(b * 2)+(c \times 4) &= 56\\
b+c &= 20\\
b &= 20-c
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
((20-c)\times 2)+4c &= 56\\
40-2c+4c &= 56\\
2c &= 16\\
c &= 8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b &= 20-8\\
b &= 12
\end{aligned}$$

Resposta: Existem 12 bicicletas e 8 carros.

g) Júlio tem 15 anos e Eva tem 17 anos. Daqui a quantos anos a soma de suas idades será 72 anos? ↑enigma↑

Solução:

$$\begin{aligned}(15+a)+(17+a)&=72\\32+2a&=72\\2a&=40\\a&=20\end{aligned}$$

Resposta: Será daqui a 20 anos.

h) A metade dos objetos de uma caixa mais a terça parte desses objetos é igual a 75. Quantos objetos há na caixa? ↑enigma↑

Solução:

$$\begin{aligned}n/2+n/3&=75\\(3n+2n)/6&=75\\5n&=75\times 6\\5n&=450\\n&=90\end{aligned}$$

Resposta: Existem 90 objetos na caixa.

i) Em uma fábrica, um terço dos empregados são estrangeiros e 90 empregados são brasileiros. Quantos são os empregados da fábrica? ↑enigma↑

Solução:

$$\begin{aligned}2\times(e/3)&=90\\e/3&=90/2\\e/3&=45\\e&=135\end{aligned}$$

Resposta: A fábrica possui 135 empregados.

j) Numa caixa, o número de bolas pretas é o triplo de bolas brancas. Se tirarmos 4 brancas e 24 pretas, o número de bolas de cada cor ficará igual. Qual a quantidade de bolas brancas? ↑enigma↑

Solução:

$$\begin{aligned} p &= 3b \\ b - 4 &= p - 24 \\ b - 4 &= 3b - 24 \\ 3b - b &= 24 - 4 \\ 2b &= 20 \\ b &= 10 \end{aligned}$$

Resposta: 10 bolas brancas.

k) Como devo distribuir R$ 438,00 entre três pessoas, de modo que as duas primeiras recebam quantias iguais e a terceira receba o dobro do que receber as duas primeiras juntas? ↑enigma↑

Solucão:

$$\begin{aligned} p + p + 2 \times (p + p) &= 438 \\ 2p + 2p + 2p &= 438 \\ 6p &= 438 \\ p &= 73 \end{aligned}$$

Resposta: R$ 73,00 para cada uma das duas primeiras e R$ 292,00 para a terceira pessoa.

l) Ao triplo de um número foi adicionado 40. O resultado é igual ao quíntuplo do número. Qual é esse número? ↑enigma↑

Solução:

$$\begin{aligned} 3n + 40 &= 5n \\ 5n - 3n &= 40 \\ 2n &= 40 \\ n &= 20 \end{aligned}$$

Resposta: Esse número é 20.

m) Existem três números inteiros consecutivos com soma igual a 393. Que números são esses? ↑enigma↑

Solução:

$$\begin{aligned} x+(x+1)+(x+2) &= 393 \\ 3x+3 &= 393 \\ 3x &= 390 \\ x &= 130 \end{aligned}$$

Resposta: Os números procurados são: 130, 131 e 132.

n) A soma das idades de André e Carlos é 22 anos. Descubra as idades de cada um deles, sabendo-se que André é 4 anos mais novo do que Carlos. ↑enigma↑

Solução:

$$\begin{aligned} c+a &= 22 \\ c+(c-4) &= 22 \\ 2c-4 &= 22 \\ 2c-4+4 &= 22+4 \\ 2c &= 26 \\ c &= 13 \end{aligned}$$

Resposta: Carlos tem 13 anos e André tem 9 anos.

o) Três números inteiros consecutivos onde dois terços do menor número é igual a metade do maior número. Quais são estes três números? ↑enigma↑

Solução:

Os três números: n, $n+1$ e $n+2$.

$$\begin{aligned} (2/3)\times n &= (1/2)\times(n+2) \\ 2n/3 &= (n+2)/2 \\ 2\times 2n &= 3\times(n+2) \\ 4n &= 3n+6 \\ 4n-3n &= 6 \\ n &= 6 \end{aligned}$$

Resposta: Os números são 6, 7 e 8. Dois terços de 6 é 4, que é igual a metade de 8.

Anexo

A Bibliografia clássica

Segue uma "pequena" lista dos livros que tratam do mais popular gênero de passatempo, os jogos, enigmas e quebra-cabeças lógico-matemáticos.

Os livros apresentados aqui estão todos em sua edição original, em inglês. Alguns já fora de catálogo e somente encontrados em uma boa biblioteca, entretanto, as livrarias contém quase todos os outros. Vamos à lista, ao todo são 57 livros:

1. Puzzles Old and New
   Autor: Louis Hoffmann
   Editora: Frederick Warne & Co
   Ano: 1893

2. Recreations in Mathematics
   Autor: H. E. Licks
   Editora: D. Van Nostrand
   Ano: 1917

3. Mathematical Puzzles for Beginners and Enthusiasts
   Autor: Geoffrey Mott-Smith
   Editora: Dover Publications
   Ano: 1954

4. Recreations in the Theory of Numbers
   Autor: Albert H. Beiler
   Editora: Dover Publications
   Ano: 1964

5. Riddles in Mathematics: A Book of Paradoxes
   Autor: Eugene P. Northrop
   Editora: D. Van Nostrand
   Ano: 1964

6. 536 Puzzles and Curious Problems
   Autor: Henry Ernest Dudeney
   Editora: Charles Scribner's Sons
   Ano: 1970

7. Puzzles in Math and Logic: 100 New Recreations
   Autor: Aaron J. Friedland
   Editora: Dover Publications
   Ano: 1971

8. Test Your Logic: 50 Puzzles In Deductive Reasoning
   Autor: George J. Summers
   Editora: Dover Publications
   Ano: 1972

9. Games and Puzzles for Elementary and Middle School Mathematics
   Autor: Seaton E. Smith Jr., Carl A. Backman
   Editora: NCTM
   Ano: 1975

10. Mathematical Morsels
    Autor: Ross Honsberger
    Editora: Mathematical Association of America
    Ano: 1979

11. Puzzle Craft
    Autor: Stewart T. Coffin
    Editora: Stewart Coffin
    Ano: 1985

12. Fantastic Book of Logic Puzzles
    Autor: Muriel Mandell, Elise Chanowitz
    Editora: Sterling Publishing
    Ano: 1986

13. Math and Logic Games: A Book of Puzzles and Problems
    Autor: Franco Agostini
    Editora: Facts On File
    Ano: 1986

14. American Book of Mathematical Puzzles and Diversions
    Autor: Martin Gardner
    Editora: The Second Scientific
    Ano: 1987

15. More Puzzles Paradoxes and Brain Teasers
    Autor: Stan Gibilisco
    Editora: TAB
    Ano: 1990

16. New Book of Puzzles: 101 Classic and Modern Puzzles to Make and Solve
    Autor: Jerry Slocum, Jack Botermans
    Editora: W H Freeman
    Ano: 1992

17. The Moscow Puzzles: 359 Mathematicals Recreations
    Autor: Boris A. Kordemsky
    Editora: Charles Scribner’s Sons
    Ano: 1992

18. Ancient Puzzles: Classic Brainteasers and Other Timeless Mathematical Games of the Last Ten Centuries
    Autor: Dominic Olivastro
    Editora: Bantam
    Ano: 1993

19. Creative Puzzles of the World
    Autor: Pieter Van Delft, Jack Botermans
    Editora: Key Curriculum Press
    Ano: 1993

20. Great Book of Math Puzzles
Autor: Philip Ernest Heafford
Editora: Sterling Publishing
Ano: 1993

21. World’s Hardest Puzzles
Autor: Charles Barry Townsend
Editora: Orient Paperbacks
Ano: 1993

22. My Best Mathematical And Logic Puzzles
Autor: Martin Gardner
Editora: Dover Publications
Ano: 1994

23. Math Logic Puzzles
Autor: Kurt Smith
Editora: Sterling Publishing
Ano: 1996

24. Math and Logic Puzzles for PC Enthusiasts
Autor: J. J. Clessa
Editora: Dover Publications
Ano: 1996

25. More Mathematical Morsels
Autor: Ross Honsberger
Editora: Mathematical Association of America
Ano: 1996

26. Fantastic Book of Math Puzzles
Autor: Margaret C. Edmiston, Jim Sharpe
Editora: Orient Paperbacks
Ano: 1998

27. Math Games and Activities From Around the World
Autor: Claudia Zaslavsky
Editora: Chicago Review
Ano: 1998

28. Mystifying Math Puzzles
Autor: Steve Ryan
Editora: Sterling Publishing
Ano: 1999

29. Problem Solving Through Recreational Mathematics
Autor: Bonnie Averbach, Orin Chein
Editora: Dover Publications
Ano: 1999

30. The Mathemagician and Pied Puzzler: A Collection in Tribute to Martin Gardner
Autor: Elwyn R. Berlekamp e Thomas M. Rodgers
Editora: A K Peters/CRC Press
Ano: 1999

31. Puzzlers' Tribute: A Feast for the Mind
Autor: David Wolfe, Tom Rodgers, Authur Clarke
Editora: A K Peters
Ano: 2001

32. Wonders of Numbers: Adventures in Mathematics, Mind and Meaning
Autor: Clifford A. Pickover
Editora: Oxford University
Ano: 2002

33. Groovy Geometry: Games and Activities That Make Math Easy and Fun
Autor: Lynette Long
Editora: Wiley
Ano: 2003

34. Mathematical Puzzles: A Connoisseur's Collection
Autor: Peter Winkler
Editora: A K Peters
Ano: 2003

35. More Math Games and Activities From Around the World
Autor: Claudia Zaslavsky
Editora: Chicago Review
Ano: 2003

36. Puzzles 101: A Puzzlemasters Challenge
Autor: Nobuyuki Yoshigahara
Editora: A K Peters
Ano: 2003

37. The Everything Kid's Math Puzzles Book
Autor: Meg Clemens, Sean Clemens, Glenn Clemens
Editora: Adams Media
Ano: 2003

38. Luck Logic and White Lies: The Mathematics of Games
Autor: Jörg Bewersdorff
Editora: A K Peters
Ano: 2004

39. The Liar Paradox and the Towers of Hanoi: The Ten Greatest Math Puzzles of All Time
Autor: Marcel Danesi
Editora: Wiley
Ano: 2004

40. The Colossal Book of Short Puzzles and Problems
Autor: Martin Gardner, Dana Richards
Editora: W W Norton
Ano: 2005

41. Mathematical Recreations
Autor: Maurice Kraitchik
Editora: Dover Publications
Ano: 2006

42. Game, Set and Math: Enigmas and Conundrums
Autor: Ian Stewart
Editora: Basil Blackwell
Ano: 2007

43. IQ Mindbenders: Over 500 Mind-bending Puzzles
Autor: Joe Cameron
Editora: Arcturus
Ano: 2007

44. Professor Hoffmann's Best Math and Logic Puzzles
Autor: Louis Hoffmann
Editora: Dover Publications
Ano: 2007

45. A Lifetime of Puzzles
Autor: Erik D. Demaine, Martin L. Demaine e Thomas M. Rodgers
Editora: A K Peters/CRC Press
Ano: 2008

46. Einstein's Riddle: Riddles, Paradoxes and Conundrums to Stretch Your Mind
Autor: Jeremy Stangroom
Editora: Bloomsbury
Ano: 2009

47. Famous Puzzles of Great Mathematicians
Autor: Miodrag S. Petkovic
Editora: American Mathematical Society
Ano: 2009

48. Math Puzzles and Brainteasers, Grades 3-5
Autor: Terry Stickels
Editora: Jossey-Bass
Ano: 2009

49. Math Puzzles and Brainteasers, Grades 6-8
Autor: Terry Stickels
Editora: Jossey-Bass
Ano: 2009

50. Mathematical Wizardry for a Gardner
Autor: Ed Pegg Jr., Alan H. Schoen e Tom Rodgers
Editora: A K Peters/CRC Press
Ano: 2009

51. Professor Stewart's Cabinet of Mathematical Curiosities
Autor: Ian Stewart
Editora: Basic Books
Ano: 2009

52. 40 Puzzles and Problems in Probability and Mathematical Statistics
Autor: Wolfgang Schwarz
Editora: Springer
Ano: 2010

53. Mathematical Recreations and Essays
Autor: W. W. Rouse Ball
Editora: Macmillan
Ano: 2010

54. Algorithmic Puzzles
Autor: Anany Levitin, Maria Levitin
Editora: Oxford
Ano: 2011

55. Mathematical Puzzling
Autor: A. Gardiner
Editora: Dover Publications
Ano: 2011

56. The Master Book of Mathematical Recreations
Autor: Fred Schuh
Editora: Dover Publications
Ano: 2011

57. Recreational Mathematics
Autor: Trent Lynch
Editora: White World
Ano: 2012

Colofão

Este eBook foi desenvolvido usando o sistema de preparação de documento $\LaTeX\,2_\varepsilon$ e editado com o software TeXstudio no sistema operacional Linux Fedora. O documento foi convertido para o formato PDF pelo TeX Live com o pdfTeX. O corpo do texto utiliza a fonte Arev (uma versão da Bitstream Vera Sans), no tamanho 12pt e as páginas possuem o tamanho A4, com três centímetros nas margens.

As imagens da capa e da contracapa foram obtidas pelo website Pexels.com. A fotografia da capa, de um gorila, foi obtida no endereço www.pexels.com / photo / view-ape-thinking-primate-33535 e está creditada ao Pixabay. A fotografia da contracapa, de uma mão segurando um quebra-cabeça, foi obtida no endereço www.pexels.com / photo / person-holding-a-puzzle-3966473 e está creditada ao Pelipoer Lara.

O código-fonte deste eBook foi compilado em Julho de 2020.

> “Acredito que a mente humana, ou mesmo a mente de um gato, é mais interessante em sua complexidade do que uma galáxia inteira, se for desprovida de vida.” – Martin Gardner

Daniel Madeira é desenvolvedor de sistemas para Web, bacharel em Ciência da Computação, licenciado em Educação Física e possui alguns anos do "cursão", o bacharelado em Física e Matemática. Há alguns anos, manteve o blog Dan Scientia, um espaço dedicado às ciências matemáticas, físicas e computacionais, no qual publicou mais de 300 artigos. Foi neste blog, onde começou a ideia de compartilhar os diversos problemas de lógica, encontrados pela Internet, que resultou na edição deste eBook.

QUEBRA-CABEÇAS, ENIGMAS e CHARADAS com soluções
Julho de 2020